PERSPECTIVA

CONICA

CON TRES

PUNTOS DE FUGA

14-2-85

Depósito Legal : BI -611-85

Normalmente miramos un edificio, escalera, objeto, etc., con el ángulo de visión que abarcan nuestros ojos, de tal forma que éste ángulo está repartido igualmente a ambos lados de la paralela con el horizonte. (Fig.1)

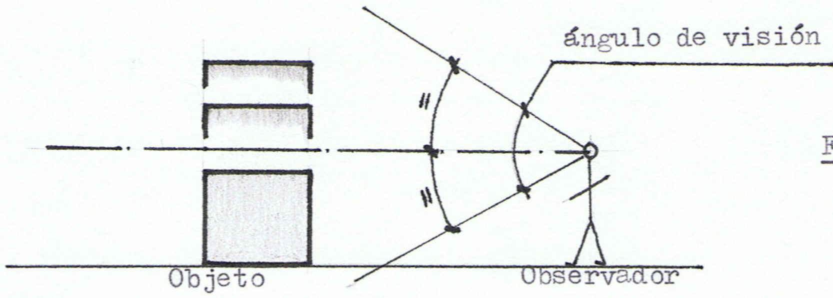


Fig. 1

Nuestros ojos abarcan un ángulo de aproximadamente 60° lo cual nos permite una visión que entra dentro de un cono con ángulo, en el vértice de 60°.

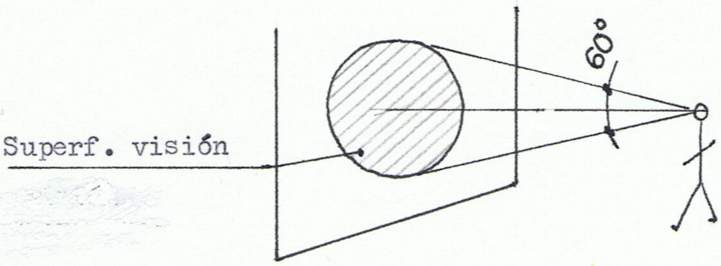


Fig. 2

Esto no ocurre cuando fotografiamos un objeto si usamos objetivos especiales, los cuales permiten ángulos incluso de 180°, (En ángulos grandes existen distorsiones de la imagen) y puesto que la película fotográfica actúa como el plano del cuadro de un dibujo, debemos tener en cuenta ésta posibilidad. Cuando observamos un objeto con posición normal del plano del cuadro, como en el caso de la Fig. 1, tendremos en el sistema cónico la perspectiva paralela, si el objeto es paralelo a la línea de Tierra (Fig.3), y la oblicua de dos puntos de fuga, si el objeto tiene aristas no paralelas ni perpendiculares a la línea de Tierra. (Fig.4)

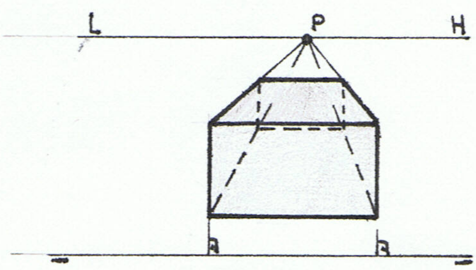


Fig.3

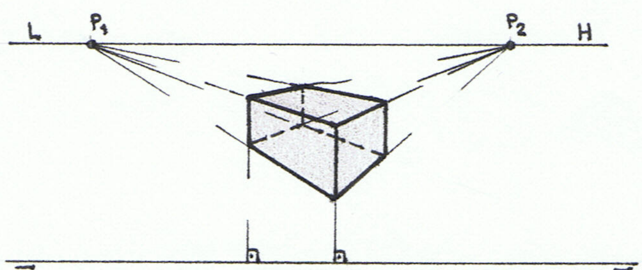


Fig. 4

Si nos fijamos en las dos figuras anteriores vemos que las rectas verticales son paralelas entre sí y perpendiculares a la línea de Tierra, lo cual es cierto, en el caso de que la visual que tenemos sobre la base y la de la cima del objeto midan lo mismo (Ver Fig.5), o lo que es lo mismo $X_1 = X_2$

Hagamos para ello, una perspectiva sólo de visión:

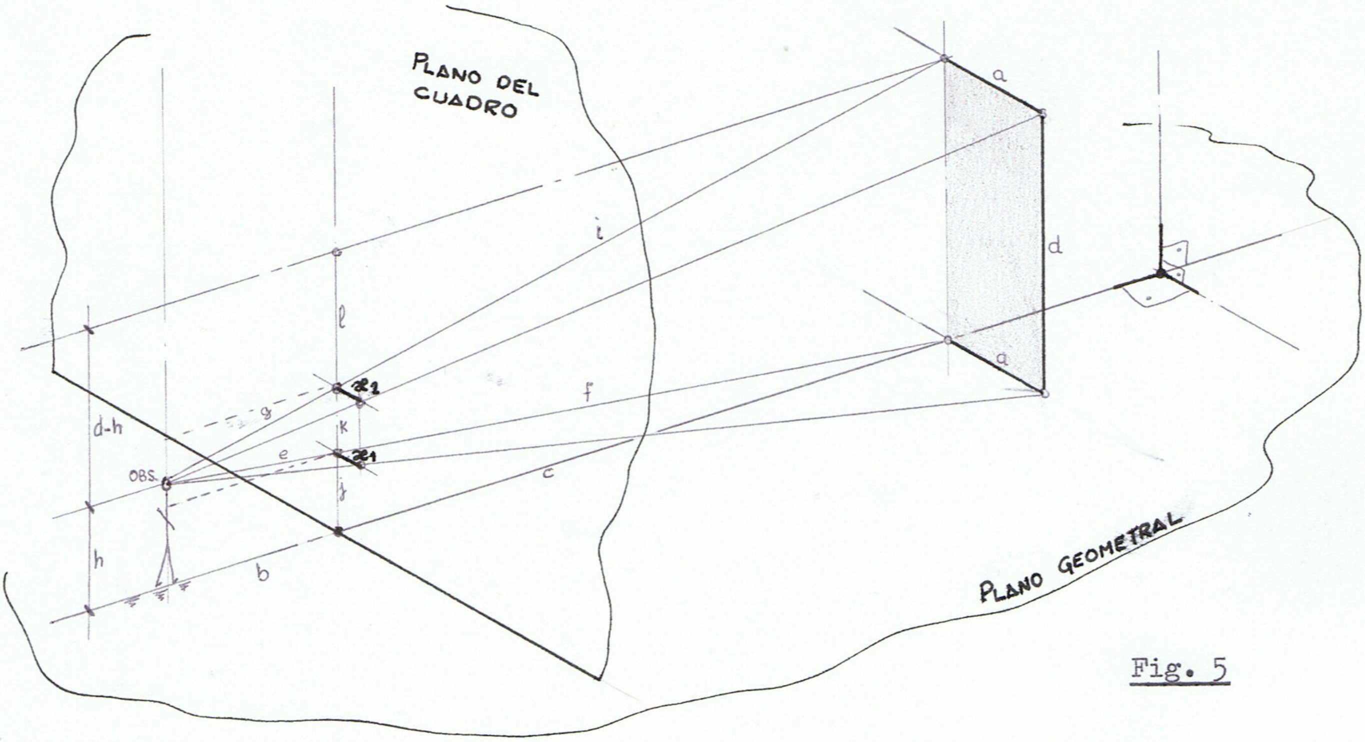


Fig. 5

Para poder comprobar que $X_1 = X_2$ debemos conocer de antemano los valores siguientes: "a", "b", "c", "d" y "h".

"a" y "d" = Dimensiones del objeto.

"b" = Distancia desde el observador al plano del cuadro.

"c" = Distancia del objeto al plano del cuadro.

"h" = Altura del punto de observación a la línea de tierra.

$$\text{"}(f+e)\text{"} = \sqrt{h^2+(b+c)^2} = \sqrt{(b+c)^2\left[\frac{h^2}{(b+c)^2}+1\right]} = (b+c)\sqrt{\frac{h^2}{(b+c)^2}+1} = \boxed{(b+c)\sqrt{\left(\frac{h}{b+c}\right)^2+1}}$$

Por semejanza de triángulos podemos decir que ... $\text{"}j\text{"} = \boxed{\frac{h \cdot c}{b+c}}$

Ahora conozcamos "e" y tendremos resuelto el valor de X_1

$$\text{"}e\text{"} = \sqrt{(h-j)^2+b^2} = \sqrt{h^2-2hj+j^2+b^2} = \sqrt{h^2-\frac{2h^2 \cdot c}{b+c}+\frac{h^2c^2}{(b+c)^2}+b^2} =$$

$$= \sqrt{h^2\left(1-\frac{2c}{b+c}+\frac{c^2}{(b+c)^2}\right)+b^2} = \sqrt{h^2\left(1-\frac{c}{b+c}\right)^2+b^2} = \sqrt{h^2\left(\frac{b}{b+c}\right)^2+b^2} =$$

$$= \sqrt{b^2\left[\frac{h^2}{(b+c)^2}+1\right]} = b\sqrt{\frac{h^2}{(b+c)^2}+1} = \boxed{b\sqrt{\left(\frac{h}{b+c}\right)^2+1}}$$

Podemos decir también por semejanza de triángulos que:

$$X_1 = \frac{e \cdot a}{f+e} = \frac{a \cdot b\sqrt{\left(\frac{h}{b+c}\right)^2+1}}{(b+c)\sqrt{\left(\frac{h}{b+c}\right)^2+1}} = \boxed{\frac{a \cdot b}{b+c}}$$

Veamos ahora la zona de la cumbre del objeto.

$$"(g+i)" = \sqrt{(d-h)^2 + (b+c)^2} = (b+c)^2 \left[\frac{(d-h)^2}{(b+c)^2} + 1\right] = \boxed{(b+c)\sqrt{\left(\frac{d-h}{b+c}\right)^2 + 1}}$$

$$\boxed{"l" = \frac{(d-h)\,c}{b+c}}$$

El valor de "g" será:

$$"g" = \sqrt{\left[(d-h) - l\right]^2 + b^2} = \sqrt{\left[(d-h) - \frac{(d-h)c}{b+c}\right]^2 + b^2} = \sqrt{\left[(d-h)\left(1 - \frac{c}{b+c}\right)\right]^2 + b^2} =$$

$$= \sqrt{(d-h)^2\left(1 - \frac{c}{b+c}\right)^2 + b^2} = \sqrt{(d-h)^2 \cdot \frac{b^2}{(b+c)^2} + b^2} = \sqrt{b^2\left[\frac{(d-h)^2}{(b+c)^2} + 1\right]} =$$

$$= \boxed{b\sqrt{\left(\frac{d-h}{b+c}\right)^2 + 1}}$$

Por semejanza de triángulos podemos ver que:

$$X_2 = \frac{g.a}{g+i} = \frac{a.b\sqrt{\left(\frac{d-h}{b+c}\right)^2 + 1}}{(b+c)\sqrt{\left(\frac{d-h}{b+c}\right)^2 + 1}} = \boxed{\frac{a.b}{b+c}}$$

Comparando los valores de X_1 con X_2 vemos que son iguales, con lo cual queda demostrado que las rectas paralelas vist as en las perspectivas anteriores deben ser paralelas entre sí y verticales a la línea de tierra.

En la Fig.6 podemos ver la perspectiva de un cubo cuya cara superior se encuentra por debajo de la línea de horizonte y la inferior apoyada en el plano geometral.

En la Fig.7 vemos la perspectiva de un cubo cuya cara superior se encuentra por encima de la línea de horizonte y la inferior apoyada en el plano geometral.

En la Fig.8 vemos la perspectiva de un edificio cuya altura rebasa con mucho la línea de horizonte y no podemos representar, debido a los límites del papel, los detalles de que consta en la zona superior.

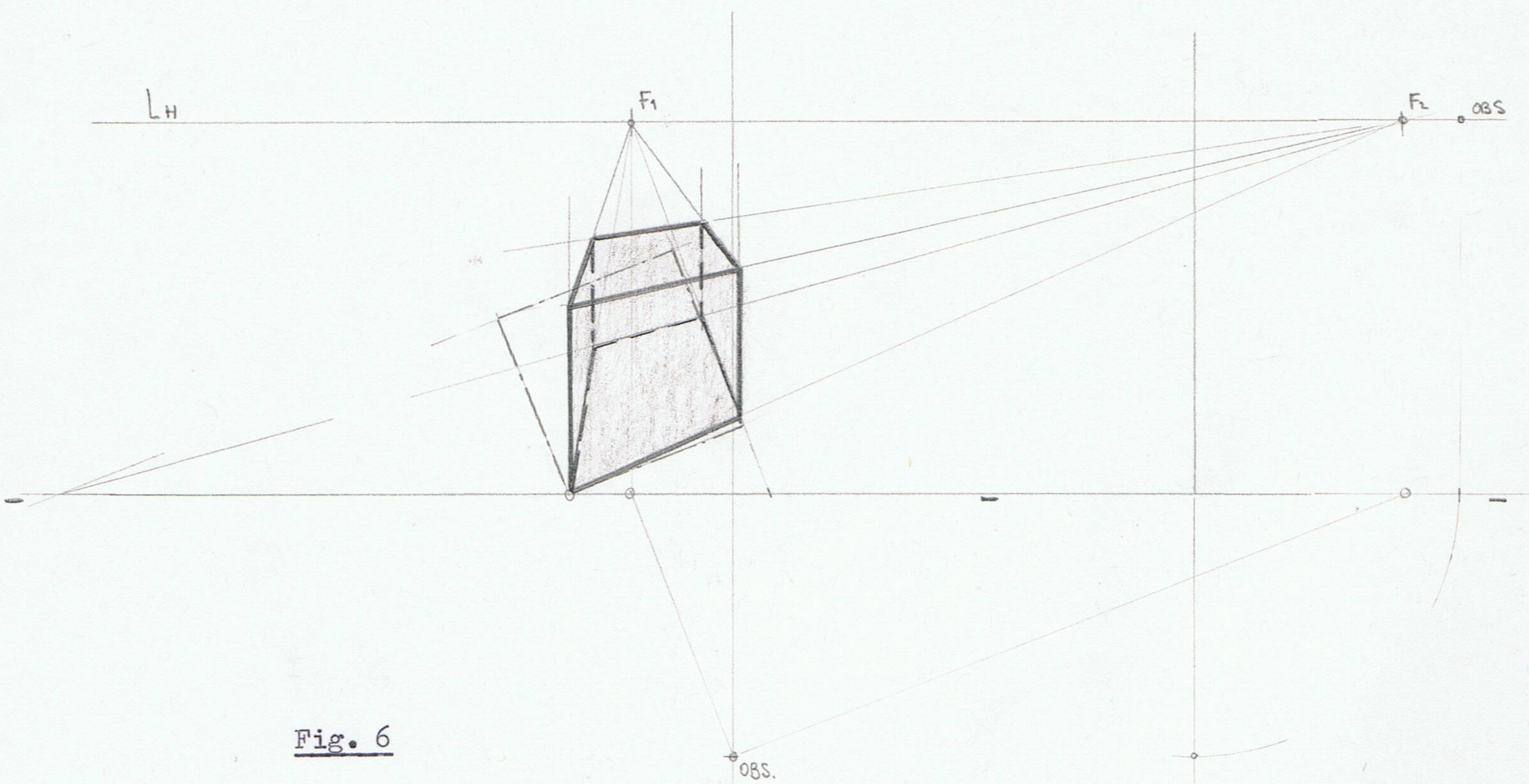


Fig. 6

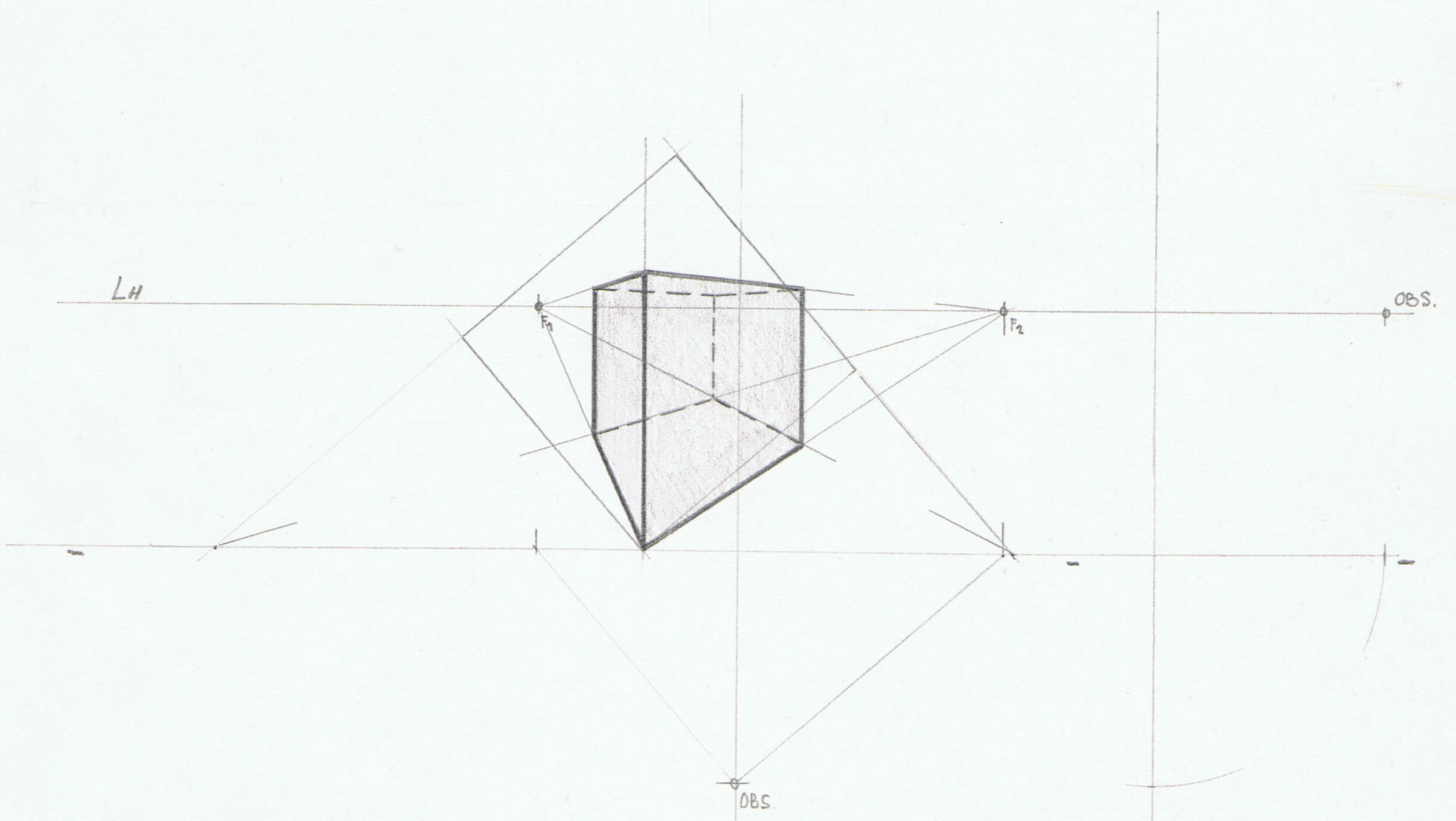


Fig. 7

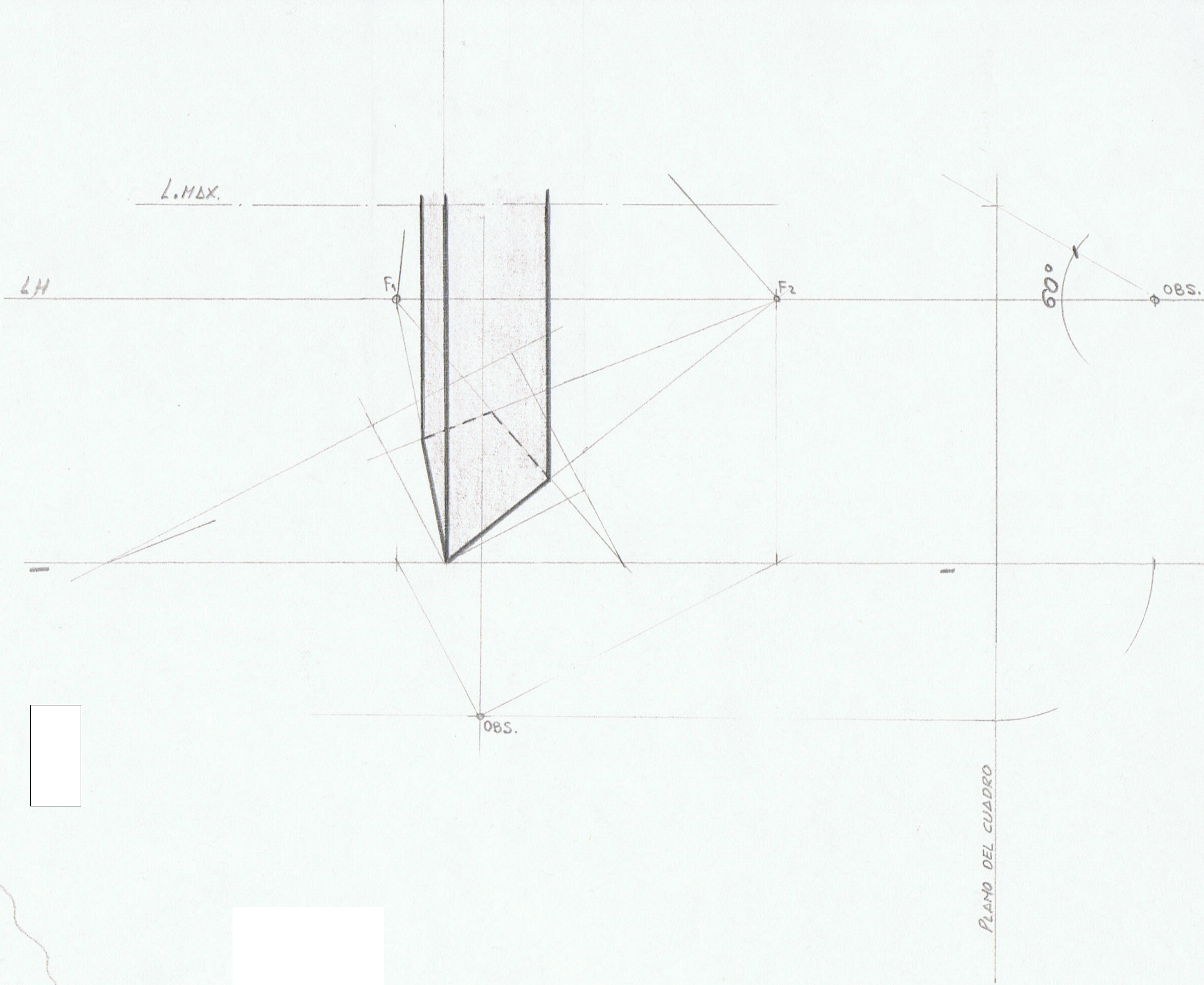


Fig. 8

Aquí es donde para poder representar ésos detalles debemos tomar una de las dos alternativas siguientes, o nos alejamos del objeto para que entre entero en el plano del cuadro, o modificamos el ángulo respecto al plano geometral del dicho plano del cuadro. (Fig.9)

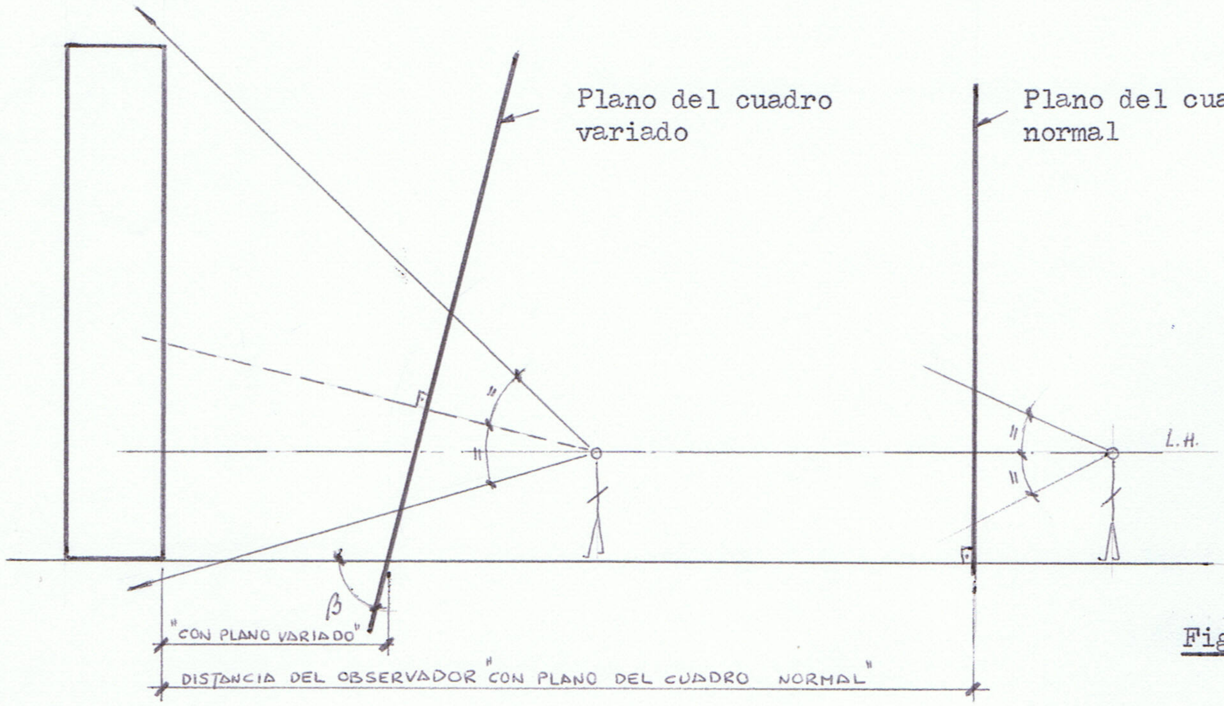


Fig. 9

También cuando queramos representar algunos detalles de un objeto de dimensiones grandes, debemos acercarnos y por lo tanto inclinar el plano del cuadro, con lo cual se modifica la perspectiva de dos puntos de fuga convirtiéndose en perspectiva de tres puntos de fuga.

La cual conserva todas las características de la perspectiva de dos puntos de fuga, pero con la particularidad de que las aristas verticales de los objetos no guardan paralelismo ni su perpendicularidad respecto al plano geometral.

Vamos a estudiar estas variaciones, conociendo de antemano las cotas "a", "b", "c", "d", "h" y el ángulo **β**.

Como en el caso anterior veamos cuáles son las medidas de X'_1 y X'_2 (Ver Fig. 10, para X'_1)

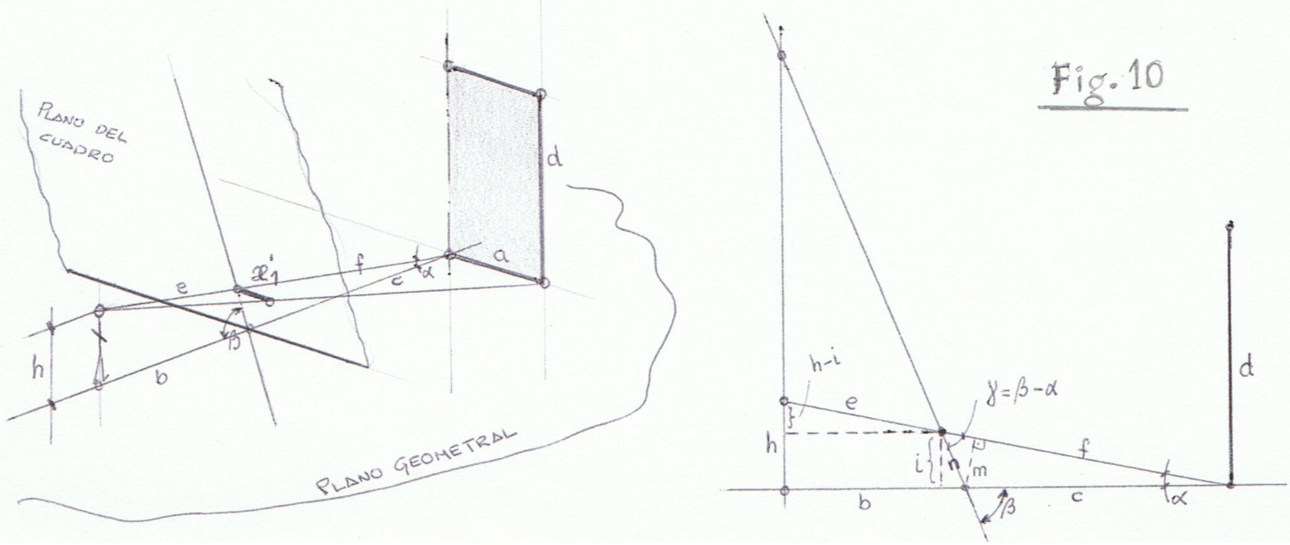


Fig. 10

Por semejanza de triángulos vemos:

$$X_1' = \frac{e.a}{e+f} \quad ; \quad (e+f)\,\text{sen}\,\alpha = h \quad ; \quad e+f = \frac{h}{\text{sen}\,\alpha}$$ sustituyendo

$$X_1' = \frac{e.a}{\frac{h}{\text{sen}\,\alpha}} = \boxed{\frac{e.a.\text{sen}\,\alpha}{h}}$$ para completar ésta fórmula

Debemos buscar los valores desconocidos de "e" y "sen α"

$\text{tg}\,\alpha = \frac{h}{b+c}$ de donde conoceremos el $\sphericalangle\alpha$ y podremos saber el valor del $\boxed{\text{sen}\,\alpha}$, también vemos que $\frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} = \frac{h}{b+c}$ por tanto $\boxed{\text{sen}\,\alpha = \frac{h.\cos\alpha}{b+c}}$

Para hallar el valor de "e" fijémonos en la Fig. 10

$$m = c.\text{sen}\,\alpha \quad ; \quad n.\text{sen}(\beta-\alpha) = c.\text{sen}\,\alpha \qquad n = \frac{c.\text{sen}\,\alpha}{\text{sen}(\beta-\alpha)}$$

$$n.\text{sen}\,\beta = i \quad ; \quad i = \frac{c.\text{sen}\,\alpha.\text{sen}\,\beta}{\text{sen}(\beta-\alpha)}$$, también vemos

$$e.\text{sen}\,\alpha = h - i = h - \frac{c.\text{sen}\,\alpha\,\text{sen}\,\beta}{\text{sen}(\beta-\alpha)}$$ de donde $$\boxed{e = \frac{h}{\text{sen}\,\alpha} - \frac{c.\text{sen}\,\beta}{\text{sen}(\beta-\alpha)}}$$

Por tanto

$$X_1' = \frac{\left[\frac{h}{\text{sen}\,\alpha} - \frac{c.\text{sen}\,\beta}{\text{sen}(\beta-\alpha)}\right] a.\text{sen}\,\alpha}{h} = \frac{a\left[h - \frac{c.\text{sen}\,\beta.\text{sen}\,\alpha}{\text{sen}(\beta-\alpha)}\right]}{h} =$$

$$= \frac{a.h\left[1 - \frac{c.\text{sen}\,\beta.\text{sen}\,\alpha}{h.\text{sen}(\beta-\alpha)}\right]}{h} = a\left[1 - \frac{c.\text{sen}\,\beta\,\frac{h.\cos\alpha}{b+c}}{h.\text{sen}(\beta-\alpha)}\right] = a\left[1 - \frac{c.\text{sen}\,\beta.h.\cos\alpha}{h.\text{sen}(\beta-\alpha)(b+c)}\right] =$$

$$= a\left[1 - \frac{c.\text{sen}\,\beta.\cos\alpha}{(b+c)\,\text{sen}(\beta-\alpha)}\right] = a\left[1 - \frac{c.\text{sen}\,\beta\,\cos\alpha}{(b+c)(\text{sen}\,\beta\cos\alpha - \cos\beta\,\text{sen}\,\alpha)}\right] =$$

$$= a\left[1 - \frac{c}{(b+c)\left(1 - \frac{1}{\text{tg}\,\beta}.\text{tg}\,\alpha\right)}\right] = a\left[1 - \frac{c}{(b+c)\left(1 - \frac{\text{tg}\,\alpha}{\text{tg}\,\beta}\right)}\right] =$$

$$= a\left[1 - \frac{c}{(b+c)\left(1 - \frac{\frac{h}{b+c}}{\text{tg}\,\beta}\right)}\right] = a\left[1 - \frac{c}{(b+c)\left(1 - \frac{h}{(b+c)\,\text{tg}\,\beta}\right)}\right] = a\left[1 - \frac{c}{b+c - \frac{h(b+c)}{(b+c)\,\text{tg}\,\beta}}\right] =$$

$$= \boxed{a\left(1 - \frac{c}{b+c - \frac{h}{\text{tg}\,\beta}}\right)} = x_1'$$

Hallaremos ahora el valor X'_2 (Ver Fig. 11)

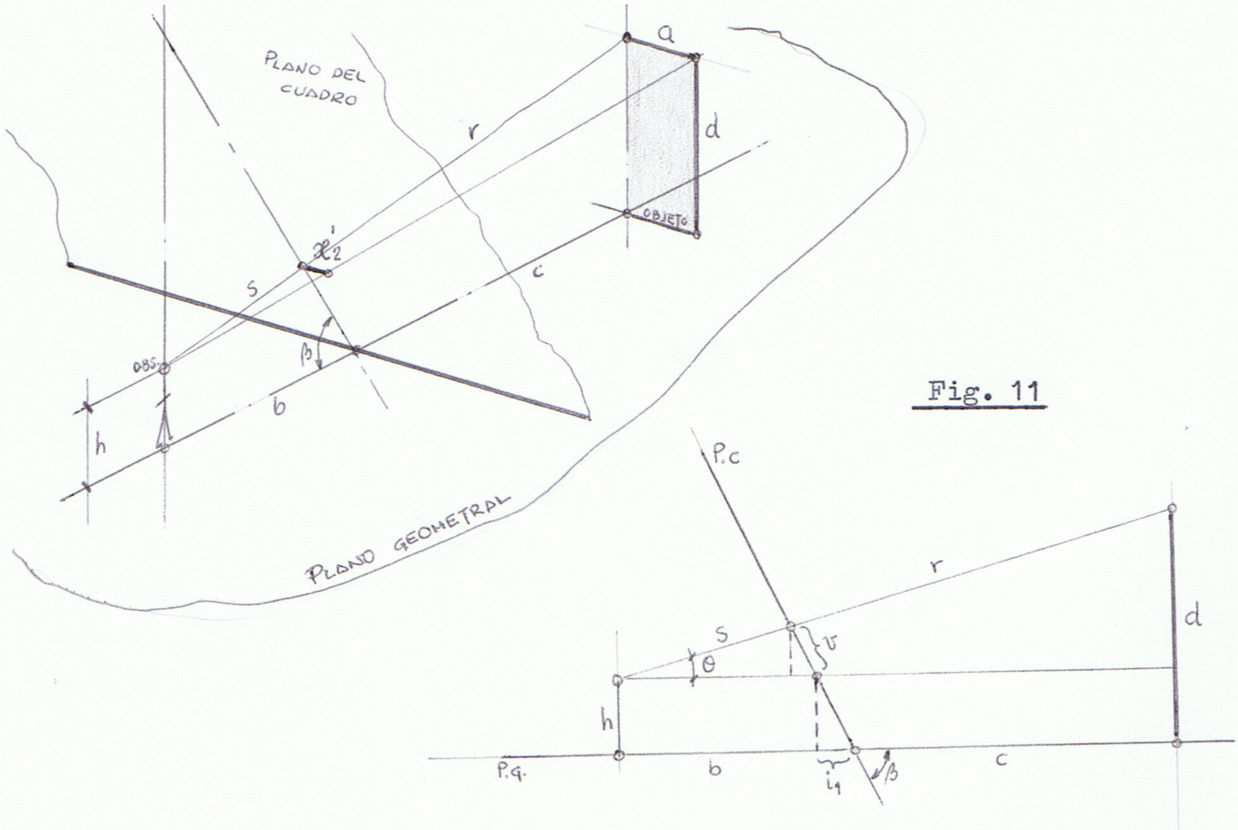


Fig. 11

Por semejanza de triángulos vemos:

$X'_2 = \dfrac{s.a}{s+r}$; $(s+r)\,\text{sen}\,\theta = d-h$ por tanto $s+r = \dfrac{d-h}{\text{sen}\,\theta}$ sustituyendo

$X'_2 = \dfrac{s.a}{\frac{d-h}{\text{sen}\,\theta}} = \dfrac{s.a.\text{sen}\,\theta}{d-h}$ ahora

$\dfrac{d-h}{b+c} = \text{tg}\,\theta$ por tanto $d-h = \text{tg}\,\theta\,(b+c)$ sustituyendo

$$X'_2 = \frac{s.a.\text{sen}\,\theta}{\text{tg}\,\theta\,(b+c)} = \frac{s.a.\text{sen}\,\theta}{\frac{\text{sen}\,\theta\,(b+c)}{\cos\theta}} = \frac{s.a\,\text{sen}\,\theta\cos\theta}{\text{sen}\,\theta\,(b+c)} = \boxed{\frac{s.a.\cos\theta}{b+c}} = x'_2 \quad \text{.........} \quad (1)$$

Conozcamos los valores "S" y "cos θ"

$(s+r)\cos\theta = b+c = \dfrac{d-h}{\text{sen}\,\theta}\,.\cos\theta$ de donde $\cos\theta = \dfrac{b+c}{\frac{d-h}{\text{sen}\,\theta}} = \boxed{\dfrac{(b+c)\,\text{sen}\,\theta}{d-h}}$

$\text{tg}\,\theta = \dfrac{d-h}{b+c}$ de aquí conocemos el valor del ángulo θ y buscar en tablas el valor $\boxed{\cos\theta}$

Para Hallar el valor de "S" veamos la Fig. 11

$$\frac{h}{i_1} = tg\,\beta \text{ ,de donde } \quad i_1 = \frac{h}{tg\,\beta}$$

$$S \cdot \cos\theta + v \cdot \cos\beta = b - i_1$$

$$v \cdot sen\,\beta = S \cdot sen\,\theta \text{ ,de donde } \quad v = \frac{S \cdot sen\,\theta}{sen\,\beta}$$ sustituyendo en la anterior

$$S \cdot \cos\theta + \frac{S \cdot sen\,\theta \cdot \cos\beta}{sen\,\beta} = b - i_1$$

$$S\left(\cos\theta + \frac{sen\,\theta}{tg\,\beta}\right) = b - i_1$$

$$S\left[\frac{(b+c)\,sen\,\theta}{d-h} + \frac{sen\,\theta}{tg\,\beta}\right] = b - \frac{h}{tg\,\beta}$$

$$S\left[sen\,\theta\left(\frac{b+c}{d-h} + \frac{1}{tg\,\beta}\right)\right] = \frac{b\,tg\,\beta - h}{tg\,\beta}$$

$$S\left[\frac{sen\,\theta\left[(b+c)\,tg\,\beta + d - h\right]}{(d-h)\,tg\,\beta}\right] = \frac{b\,tg\,\beta - h}{tg\,\beta} \text{ de donde } \quad S = \frac{\dfrac{b \cdot tg\,\beta - h}{tg\,\beta}}{\dfrac{sen\,\theta\left[(b+c)\,tg\,\beta + d - h\right]}{(d-h)\,tg\,\beta}} =$$

$$S = \boxed{\frac{b \cdot tg\,\beta - h}{sen\,\theta\left[\dfrac{(b+c)\,tg\,\beta}{d-h} + 1\right]}}$$

Sustituyendo en la fórmula (1) de la página anterior tenemos:

$$x_2' = \frac{S \cdot a \cdot \cos\theta}{b+c} = \frac{\dfrac{b \cdot tg\,\beta - h}{sen\,\theta\left[\dfrac{(b+c)\,tg\,\beta}{d-h} + 1\right]} \cdot a \cdot \cos\theta}{b+c} = \frac{\dfrac{a\,(b\,tg\,\beta - h)}{tg\,\theta\left[\dfrac{(b+c)\,tg\,\beta}{d-h} + 1\right]}}{b+c} =$$

$$= \frac{\dfrac{a\,(b \cdot tg\,\beta - h)}{\dfrac{d-h}{b+c}\left[\dfrac{(b+c)\,tg\,\beta}{d-h} + 1\right]}}{b+c} = \frac{\dfrac{a\,(b \cdot tg\,\beta - h)}{tg\,\beta + \dfrac{d-h}{b+c}}}{b+c} = \frac{\dfrac{a\,(b \cdot tg\,\beta - h)}{\dfrac{tg\,\beta\,(b+c) + d - h}{b+c}}}{b+c} =$$

$$= \frac{\dfrac{a\,(b \cdot tg\,\beta - h)\,(b+c)}{tg\,\beta\,(b+c) + d - h}}{b+c} = \boxed{\frac{a\,(b \cdot tg\,\beta - h)}{tg\,\beta\,(b+c) + d - h} = x_2'}$$

Veamos ahora qué valor tomaría X''_2 haciendo intersección la prolongación de la vertical del observador con el plano del cuadro y uniendo éste punto con el extremo de X'_1, en el caso de que $X'_2 = X''_2$ el punto de intersección antes referido serviría para la construcción de las figuras, o sea el tercer punto de fuga. (Ver Fig. 12)

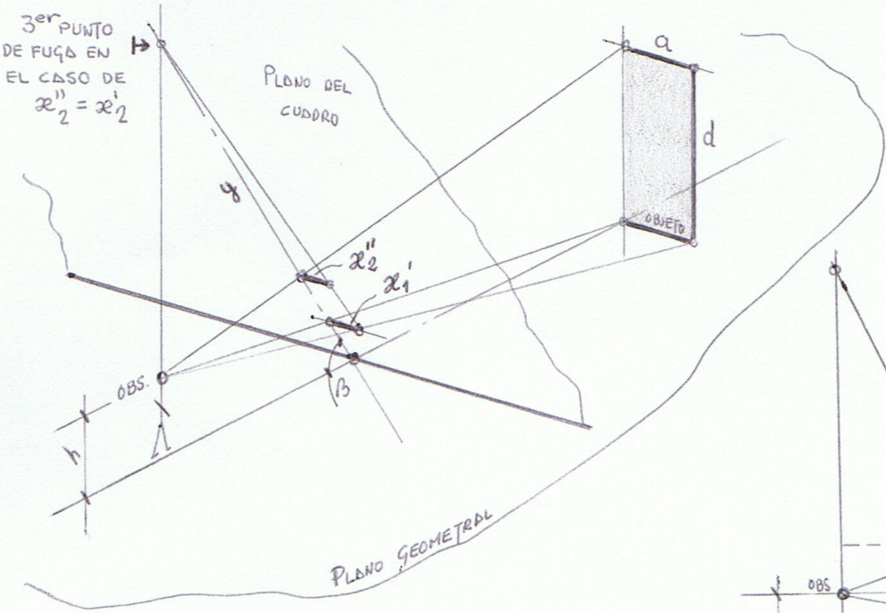
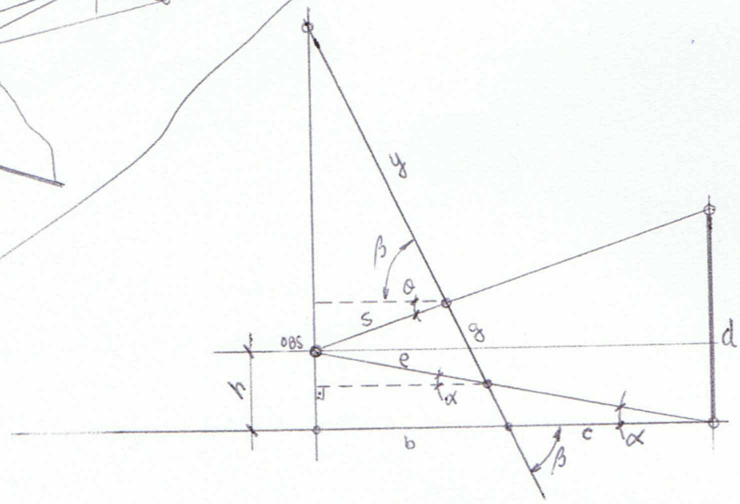


Fig. 12



Como en casos anteriores vemos que: $y \cdot x'_1 = (y+g)\, x''_2$ de donde $\boxed{x''_2 = \dfrac{y \cdot x'_1}{y+g}}$

De la figura podemos ver que: $y \cdot \cos\beta = S \cdot \cos\theta$ así $y = \dfrac{S \cdot \cos\theta}{\cos\beta}$

También vemos: $(y+g)\cos\beta = e \cdot \cos\alpha$ de donde $y+g = \dfrac{e \cdot \cos\alpha}{\cos\beta}$ sustituyendo

$$x''_2 = \frac{\dfrac{S \cdot \cos\theta}{\cos\beta} \cdot x'_1}{\dfrac{e \cdot \cos\alpha}{\cos\beta}} = \frac{S \cdot \cos\theta \cdot x'_1}{e \cdot \cos\alpha}$$

, sabiendo que $x'_1 = \dfrac{e \cdot a \cdot \operatorname{sen}\alpha}{h}$ tenemos

$$x''_2 = \frac{S \cdot \cos\theta \, \dfrac{e \cdot a \cdot \operatorname{sen}\alpha}{h}}{e \cdot \cos\alpha} = \frac{S \cdot \cos\theta \cdot a \cdot \operatorname{sen}\alpha}{h \cdot \cos\alpha} = \frac{S \cdot \cos\theta \cdot a \cdot \operatorname{tg}\alpha}{h}$$

Sabemos también (Ver Página 7) que $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{h}{b+c}$ así

$$x''_2 = \frac{S \cdot a \cdot \cos\theta \cdot \dfrac{h}{b+c}}{h} = \boxed{\frac{S \cdot a \cdot \cos\theta}{b+c} = x''_2}$$

expresión que

Coincide exactamente con la (1) de la Página 8, y así podemos decir que está hallado el tercer punto de fuga o punto donde se encuentran las líneas perpendiculares al plano geometral.

Vamos a ver realizado en dibujo lo anteriormente expuesto.
(Fig. 13 y 13 bis)

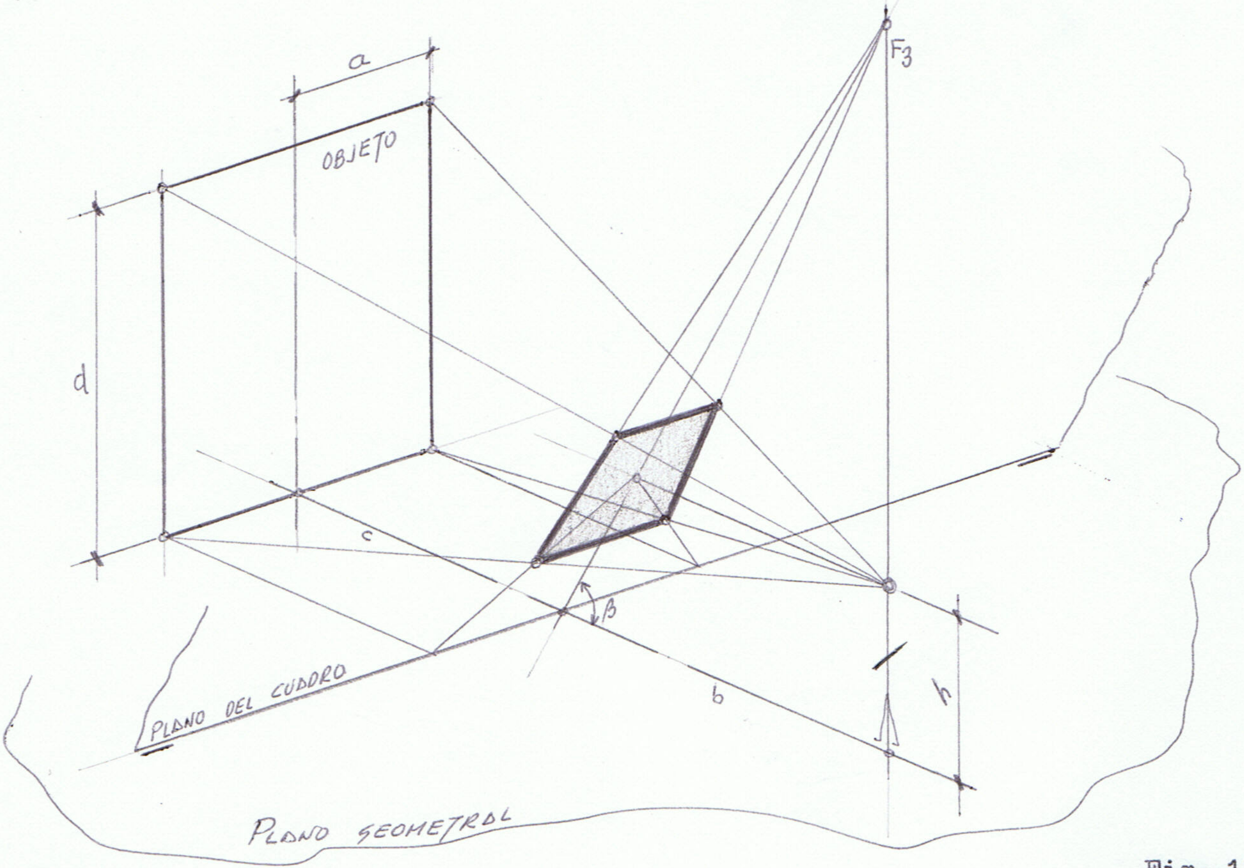
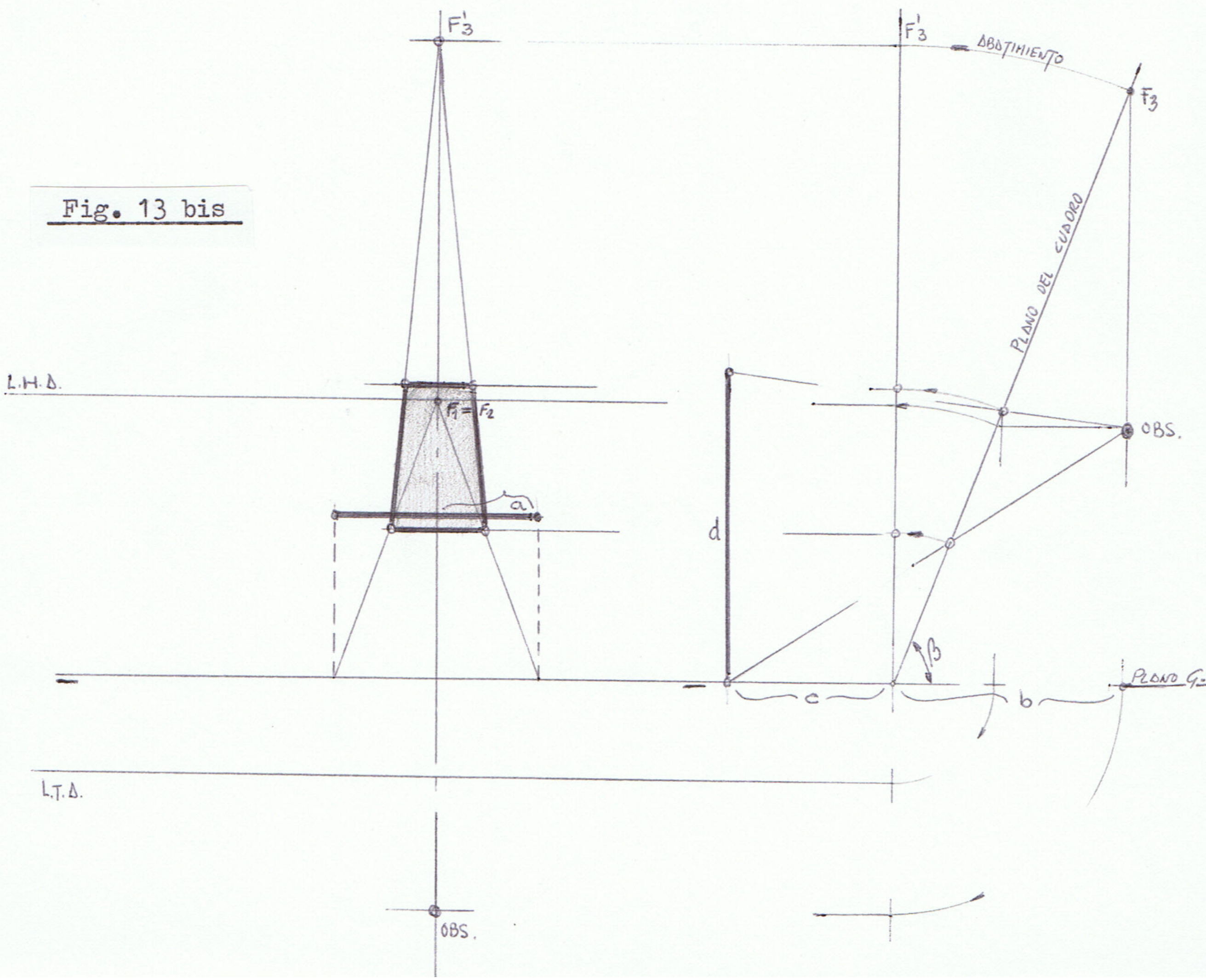


Fig. 13

Fig. 13 bis



Todo el desarrollo anterior se ha basado en el supuesto de una figura enfrentada al observador, pero ahora supongamos que la figura está dispuesta lateralmente a dicho observador (Ver Fig. 14)

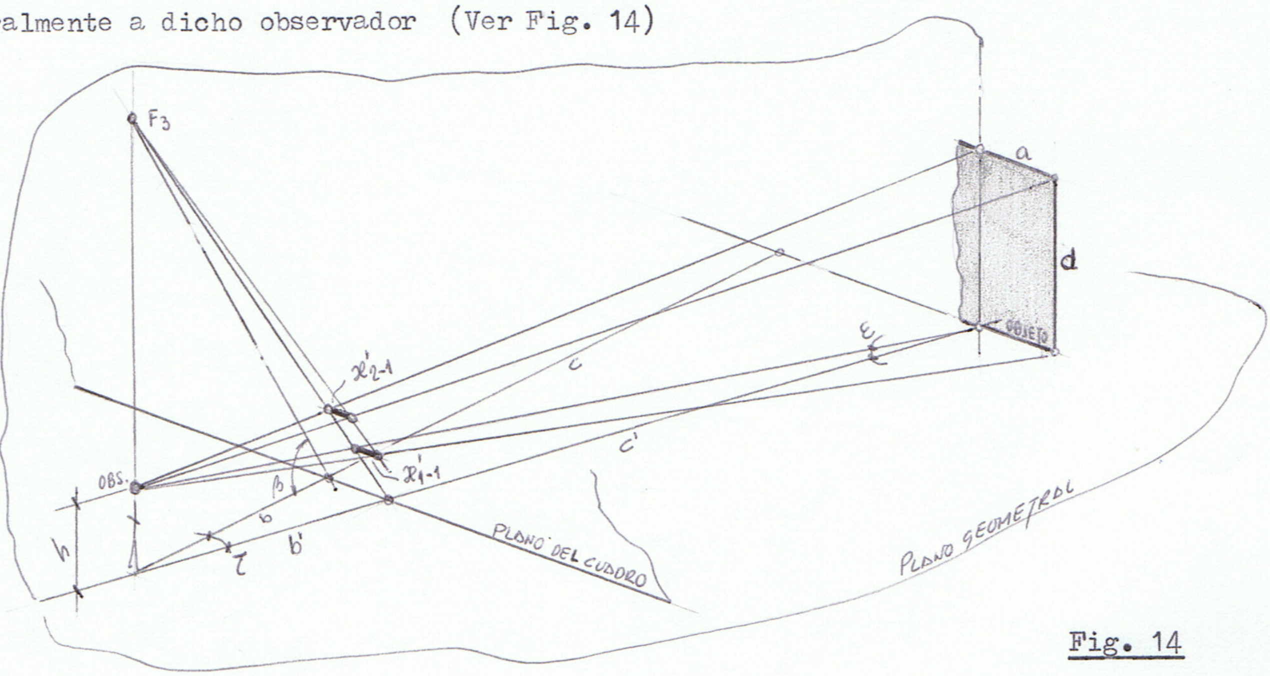


Fig. 14

Como las distancias "b" y "c" desde el objeto al observador varían según el ángulo τ podemos decir que

$b' = \dfrac{b}{\cos\tau}$; $c' = \dfrac{c}{\cos\tau}$ (Debiendo conocer de antemano el ángulo τ)

Veamos el valor de X'_{1-1} , por semejanza de triángulos podemos poner:

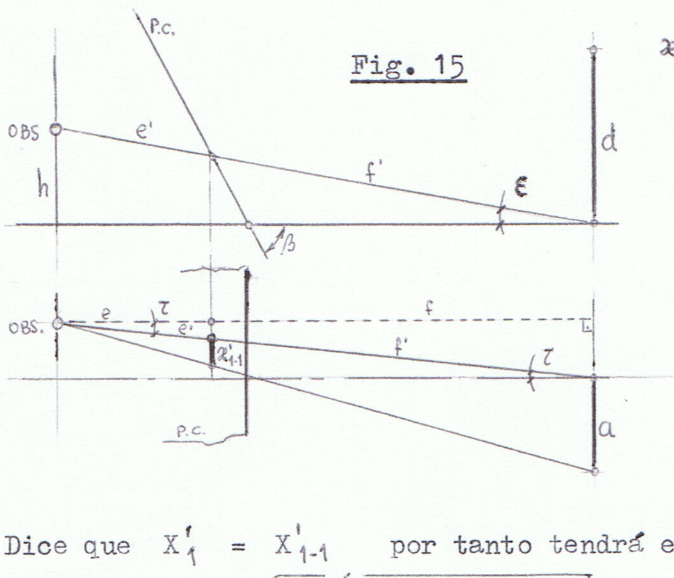


Fig. 15

$$x'_{1-1} = \frac{e'.a}{e'+f'}$$ sabiendo que

$$e' = \frac{e}{\cos\tau} \quad ; \quad f' = \frac{f}{\cos\tau}$$ sustituyendo

$$x'_{1-1} = \frac{\frac{e}{\cos\tau}\cdot a}{\frac{e}{\cos\tau} + \frac{f}{\cos\tau}} = \frac{\frac{e.a}{\cos\tau}}{\frac{1}{\cos\tau}(e+f)} =$$

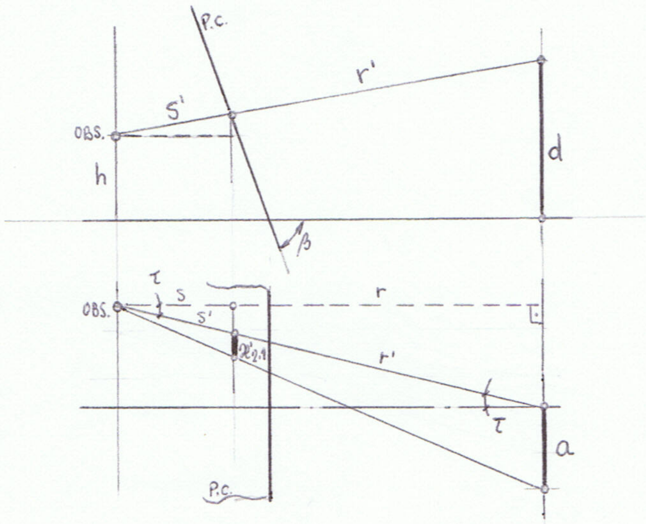
$$= \boxed{\frac{e.a}{e+f} = x'_{1-1}}$$ lo cual nos

d → Dice que $X'_1 = X'_{1-1}$ por tanto tendrá el mismo valor que el visto en la Pág. 7;

$$x'_{1-1} = \boxed{a\left(1 - \frac{c}{b+c-\frac{h}{tg\beta}}\right)}$$

Veamos el valor de X'_{2-1}

Fig. 16



Por semejanza de triángulos podemos poner

$$x'_{2-1} = \frac{s'.a}{s'+r'} \quad \text{sabiendo que}$$

$$s' = \frac{s}{\cos\tau} \quad ; \quad r' = \frac{r}{\cos\tau} \quad \text{sustituyendo}$$

$$x'_{2-1} = \frac{\frac{s}{\cos\tau}\cdot a}{\frac{s}{\cos\tau}+\frac{r}{\cos\tau}} = \frac{\frac{s.a}{\cos\tau}}{\frac{1}{\cos\tau}\left(s+r\right)} =$$

$$= \boxed{\frac{s.a}{s+r} = x'_{2-1}}$$

Como en el caso anterior coincide X'_{2-1} con X'_2 por tanto viendo el valor de X'_2 dado en la Pág. 9 :

$$\boxed{x'_{2-1} = \frac{a\left(b.\operatorname{tg}\beta - h\right)}{\operatorname{tg}\beta\left(b+c\right)+d-h}}$$

Aplicando ésto en dibujo (Fig. 17 y 17 bis)

Fig. 17

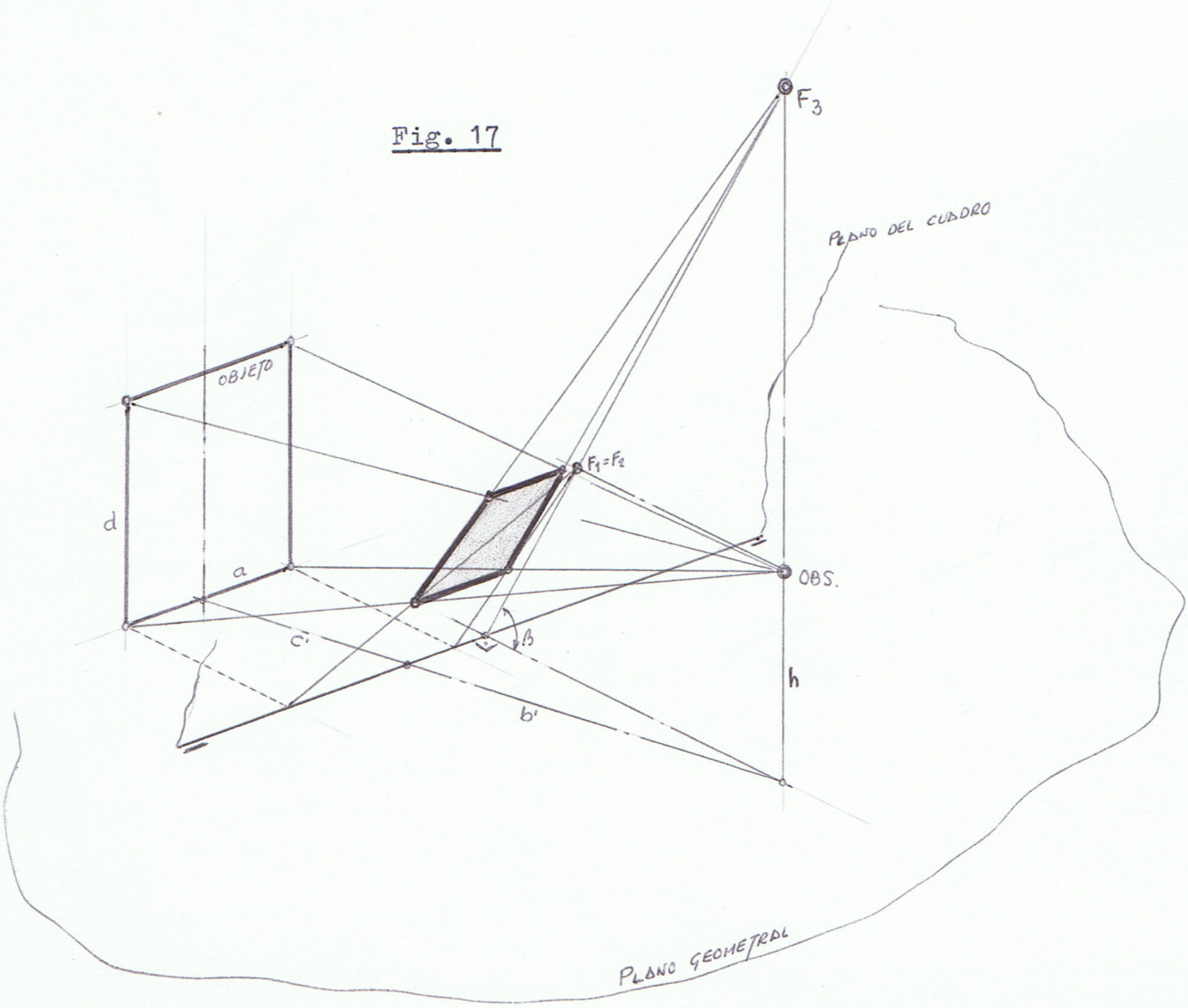
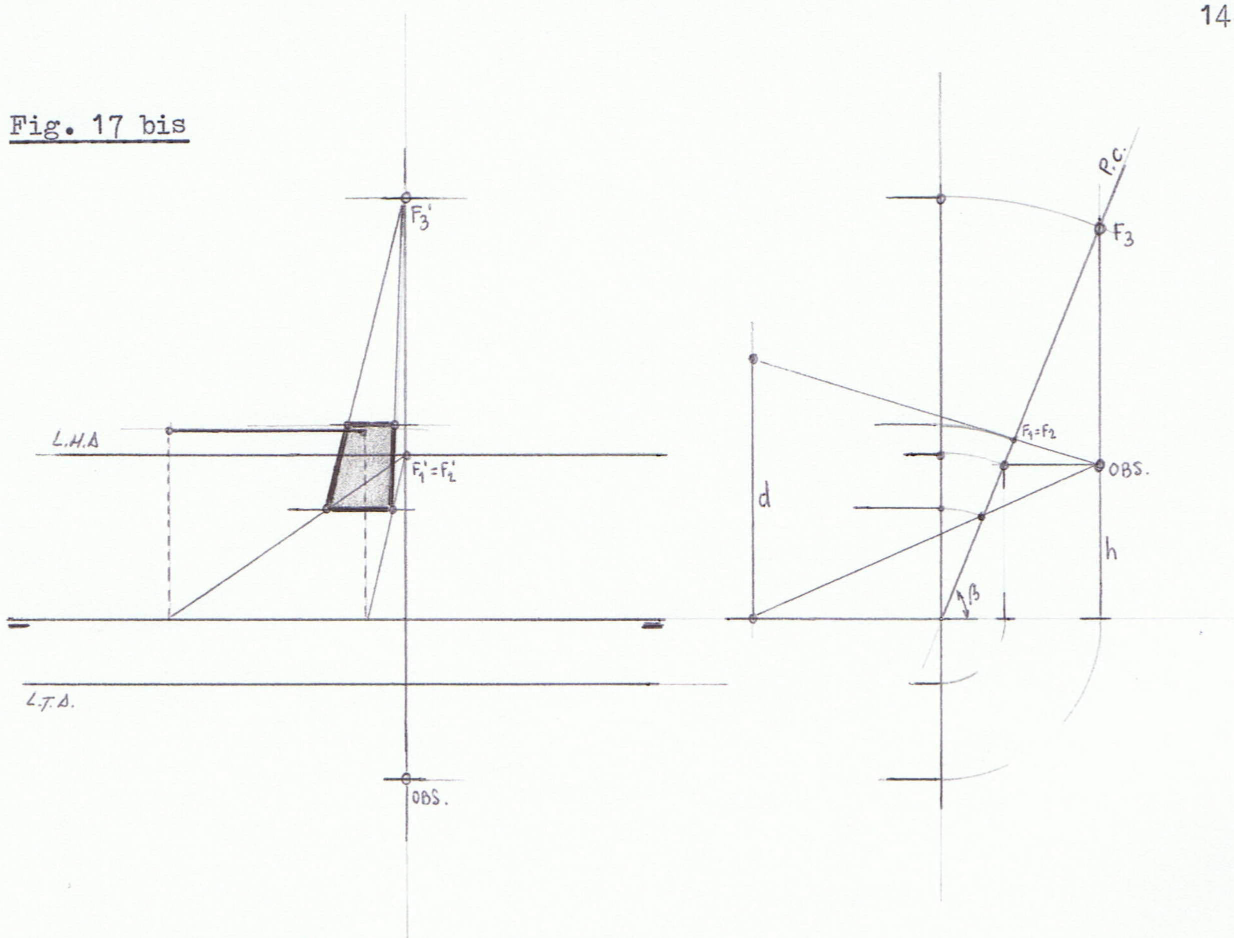


Fig. 17 bis



Supongamos ahora que el objeto no sólo es una pared plana, sino que tiene volumen, por ejemplo que sea un cubo enfrentado al observador.
(Fig. 18 y 18 bis)

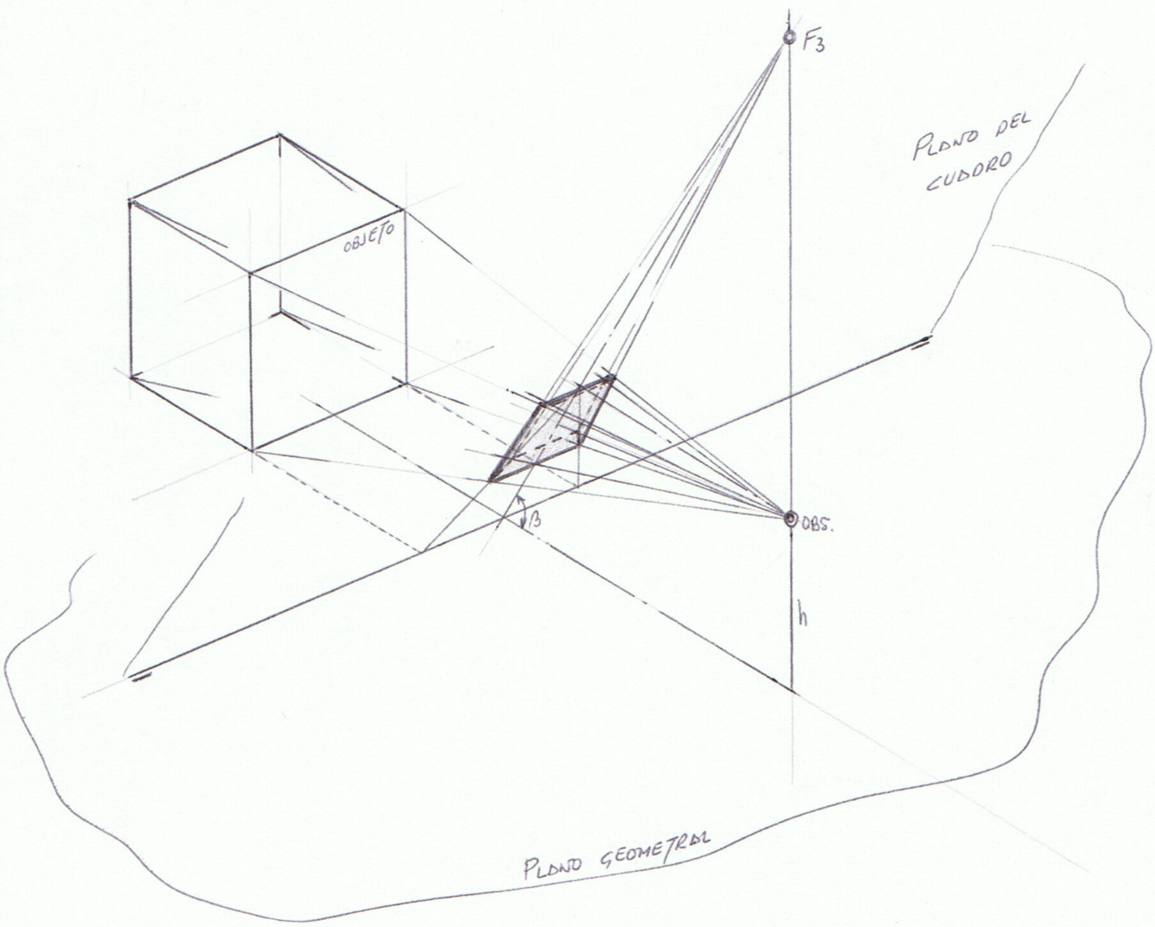
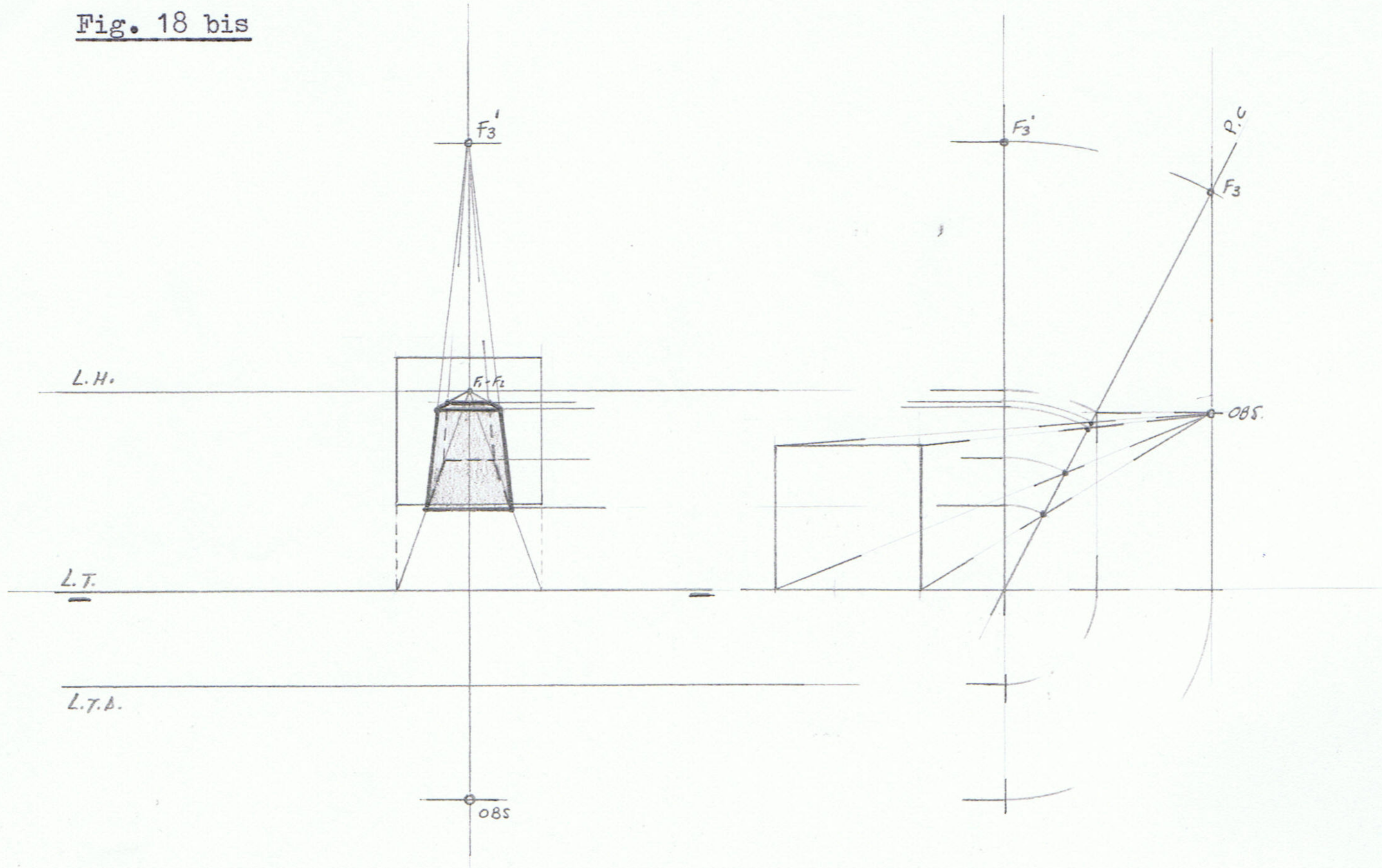
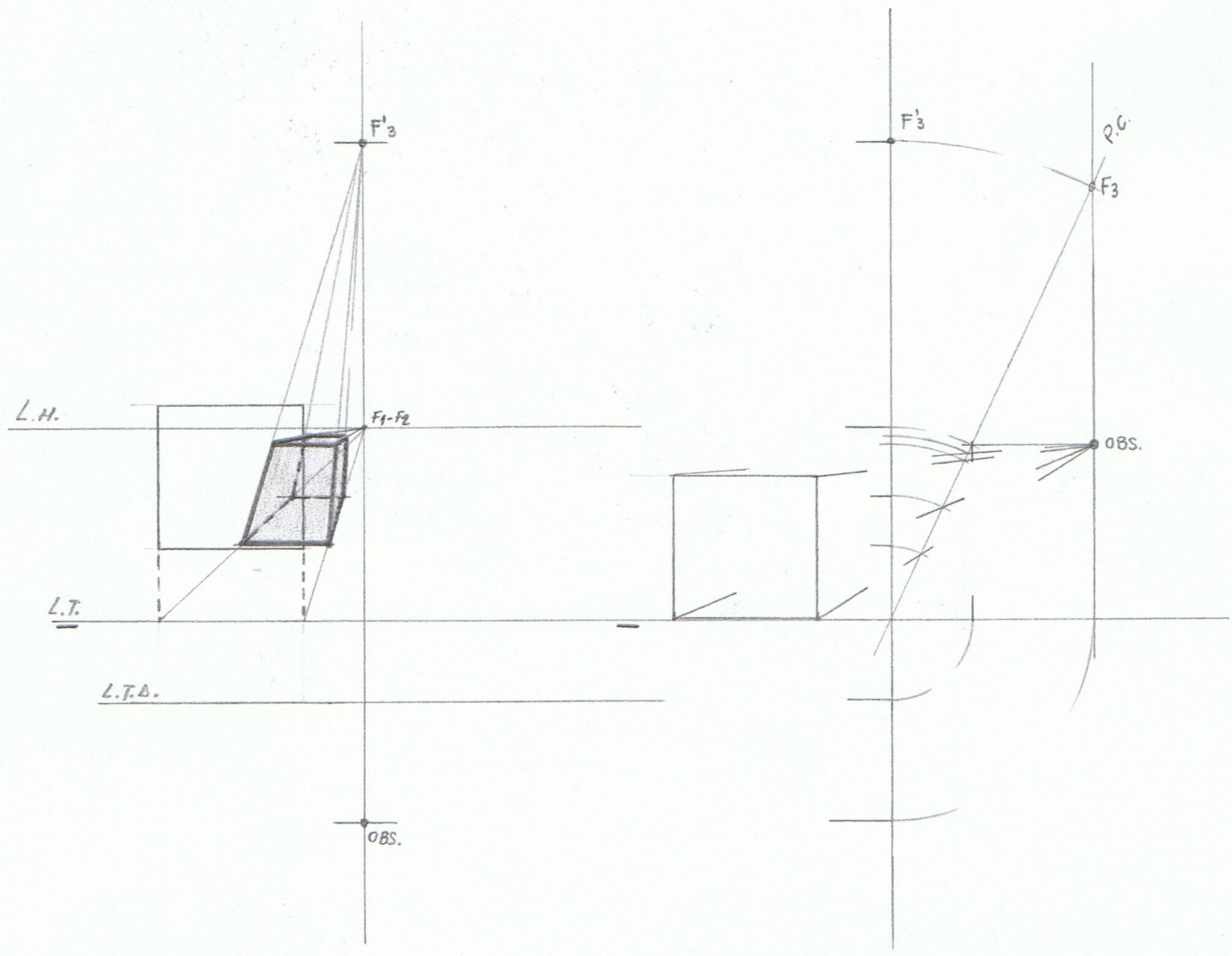


Fig. 18

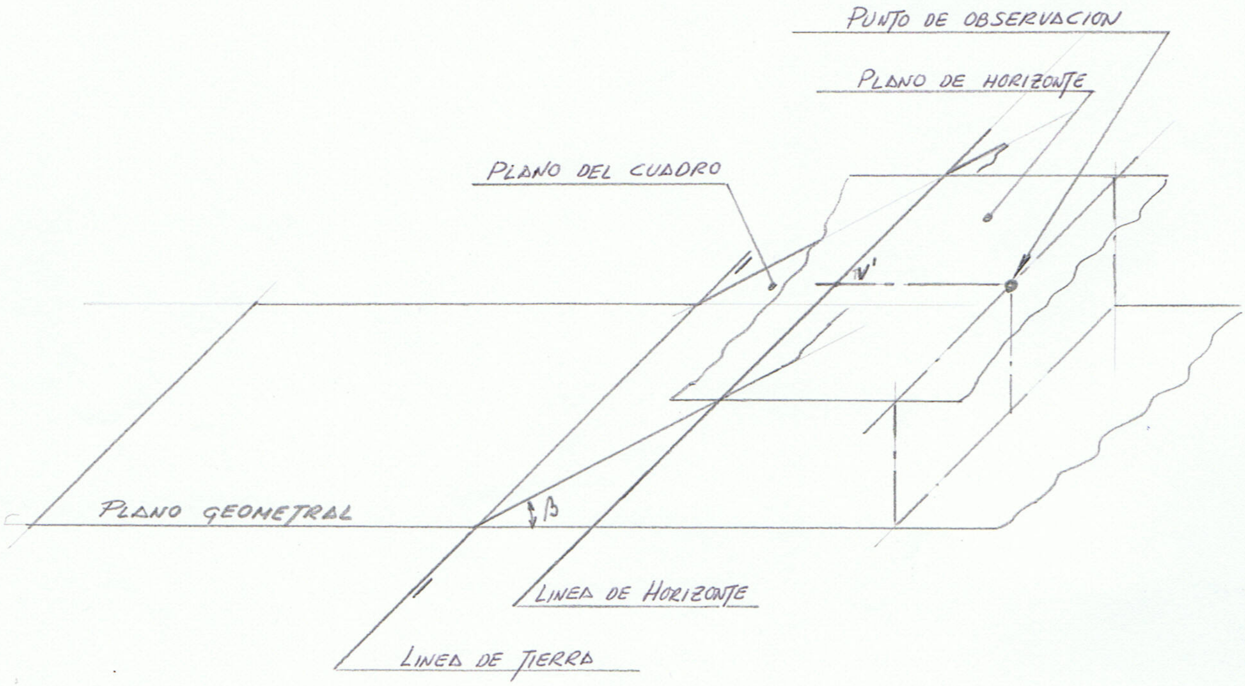
Fig. 18 bis



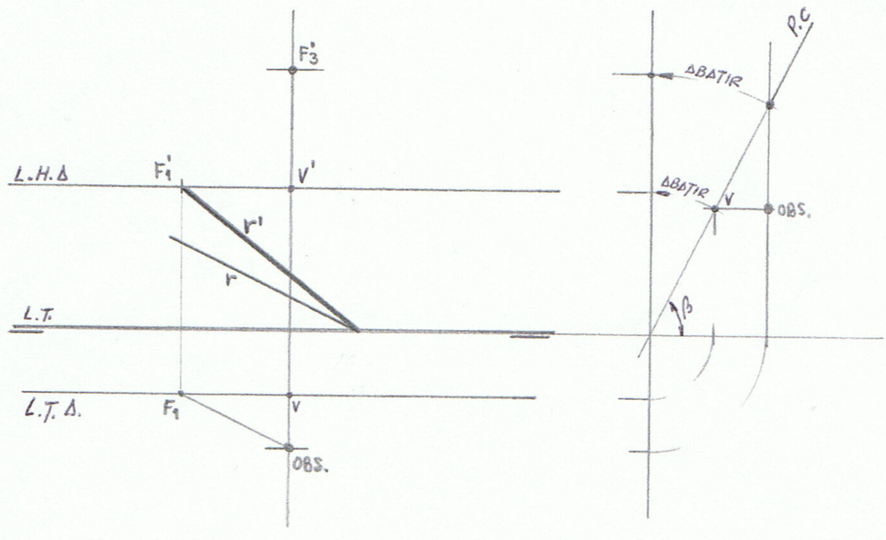
Ejemplo de un cubo no enfrentado al observador. (Fig. 19)



Para la realización de ésta perspectiva debe tenerse en cuenta ciertos aspectos, que son diferentes a los vistos en perspectiva con dos puntos de fuga.



Como se ve el plano del cuadro está inclinado el ángulo β respecto al plano geometral, por tanto para poder representar sobre el papel las figuras que aparecen en éste plano del cuadro debemos girarlo hasta hacer el ángulo $\beta = 90^\circ$ por tanto la línea de horizonte pasará a ser línea de horizonte abatida L.H.A.

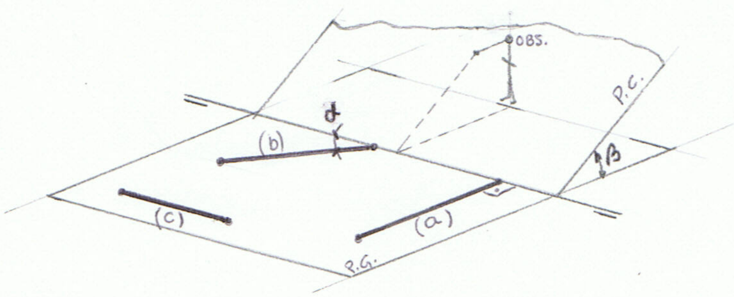


Cualquier línea que se lance desde el punto de observación que sea paralela a una recta contenida en el plano geometral tocará al plano del cuadro antes que el sistema de dos puntos de fuga.

Una vez vista la teoría de éste sistema, vamos a pasar a estudiar los casos de rectas en las diferentes posiciones en que pueden aparecer al observador.

1º) Rectas contenidas en el plano geometral. (P.G.)
2º) Rectas que forman ángulo respecto al plano geometral. (P.G.)
3º) Rectas paralelas al plano geometral. (P.G.)
4º) Rectas contenidas en el plano del cuadro.

Estudiaremos el primer apartado: Rectas contenidas en el plano geometral



a) Recta contenida en el plano geometral y perpendicular a la línea de tierra.

(Fig.20) Sea la recta "r" la cual o su prolongación corta a la línea de tierra en el punto 1 que nos servirá para el trazado de su perspectiva, haciendo pasar una paralela a ésta recta por el punto de observación nos cortará en el punto "V" a la línea de horizonte, el cual abatido V' nos da el segundo punto el perspectiva, uniendo éstos dos puntos tenemos la recta r' perspectiva de la r .

b) Recta contenida en el plano geometral y que forma un ángulo dado con la línea de tierra. (Fig. 21)

Sea la recta r la cual corta a la línea de tierra en el punto 1 que nos sirve para la perspectiva, haciendo pasar una paralela a ésta recta por el punto de observación hasta que corte a la línea de horizonte y abatido tendremos el punto F'_1 o foco de la recta en perspectiva, uniendo éstos dos puntos tendremos la recta r' perspectiva de la r .

c) Recta contenida en el plano geometral y es paralela a la línea de tierra.

(Fig. 22) Sea la recta r paralela a la línea de tierra a una distancia d, marcaremos en el perfil el punto 1 a la distancia d, a la que se encuentra la recta de la línea de tierra, la visual que une el punto de observación con el anterior nos da el punto 2 por donde pasa la perspectiva de la recta r , que abatido podemos representar como r' .

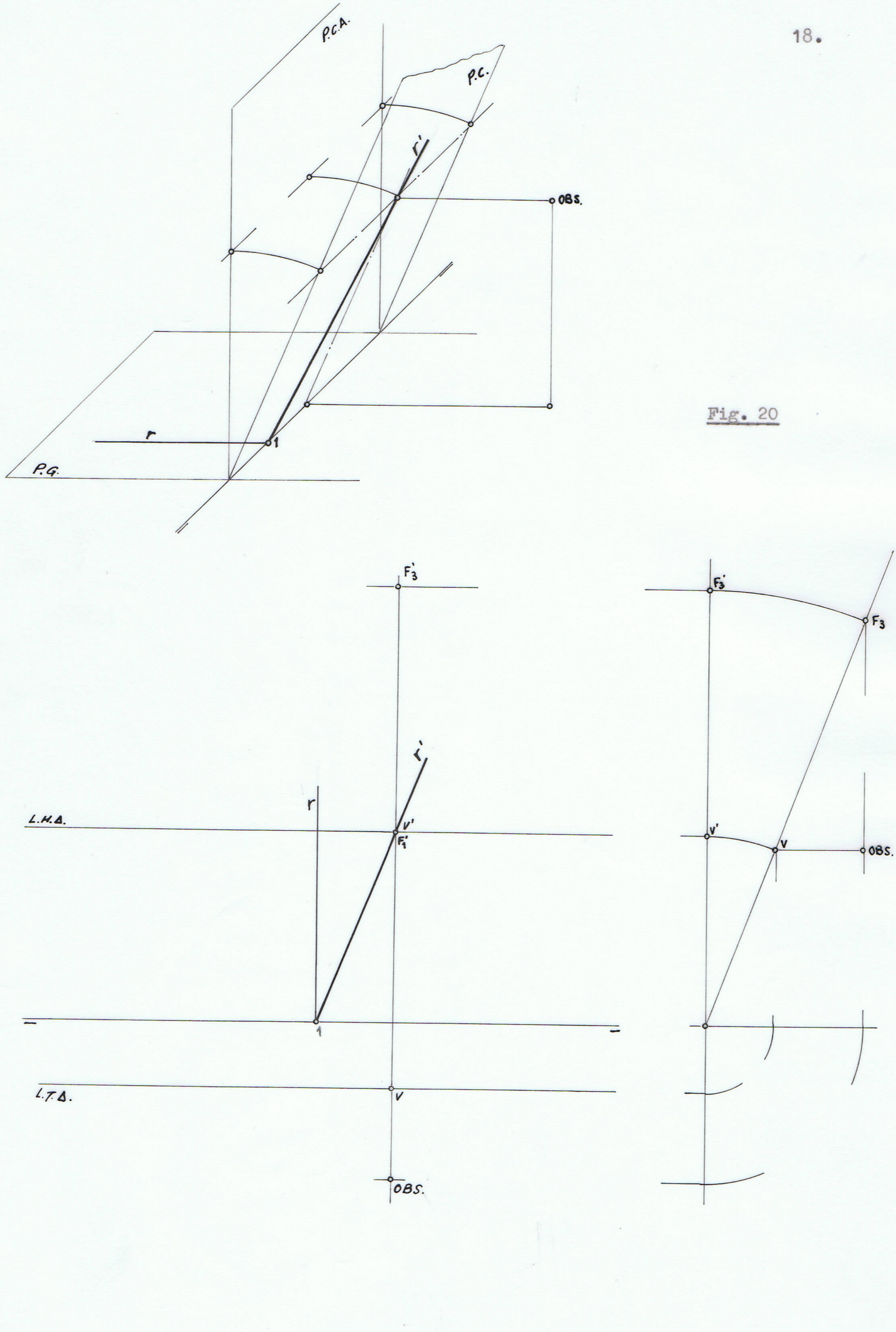


Fig. 20

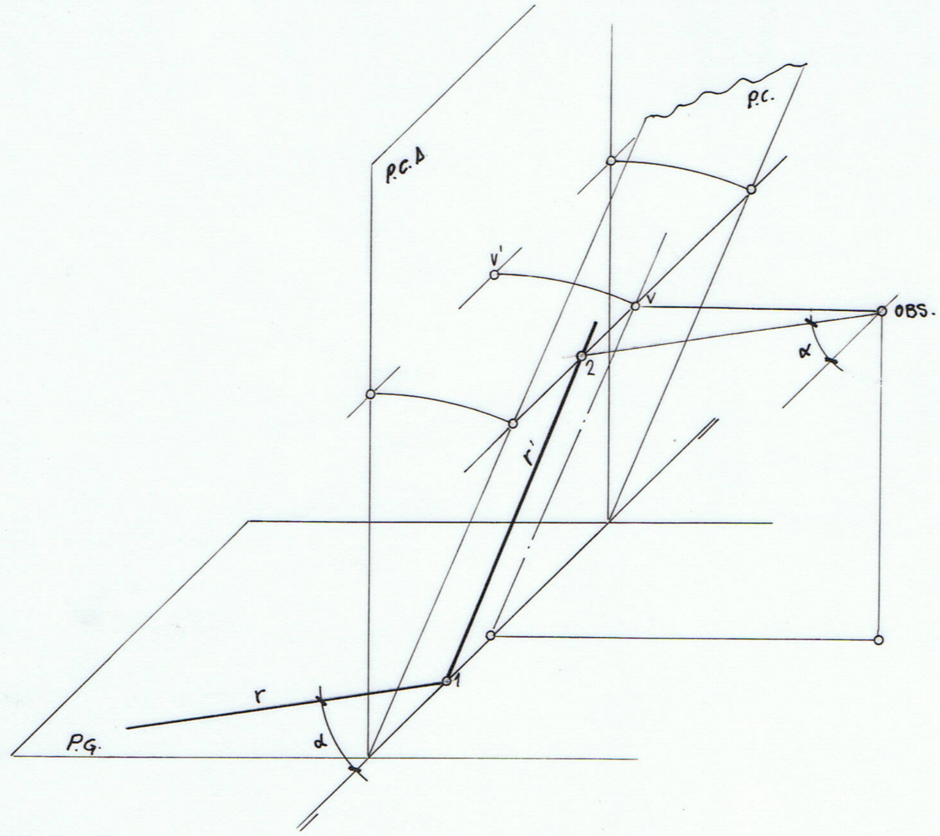
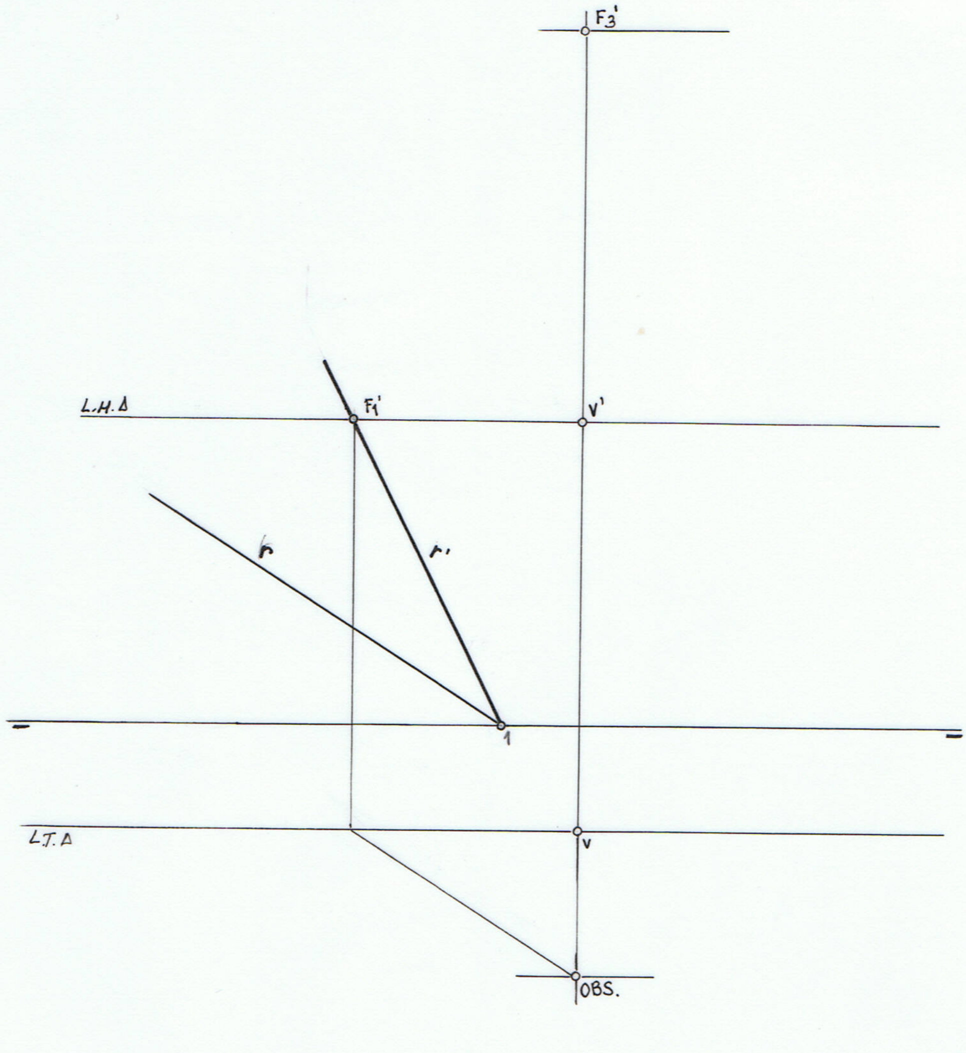
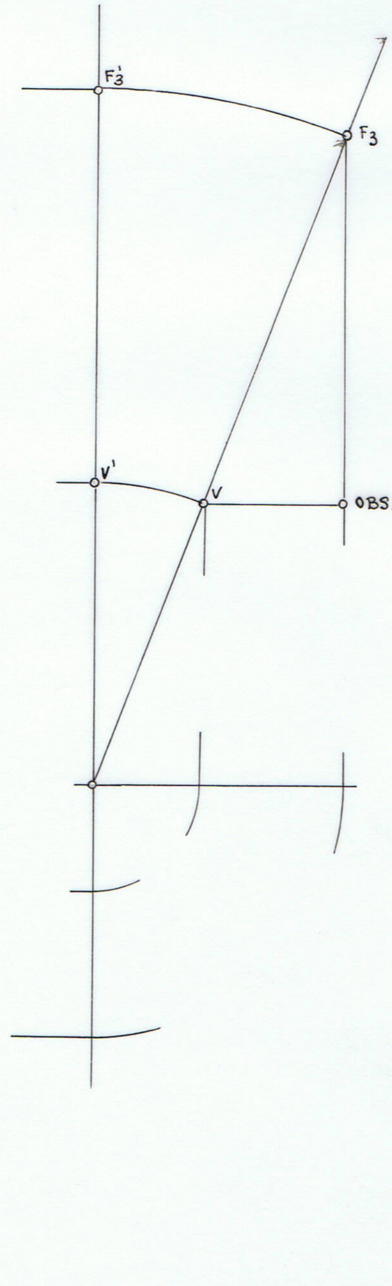


Fig. 21





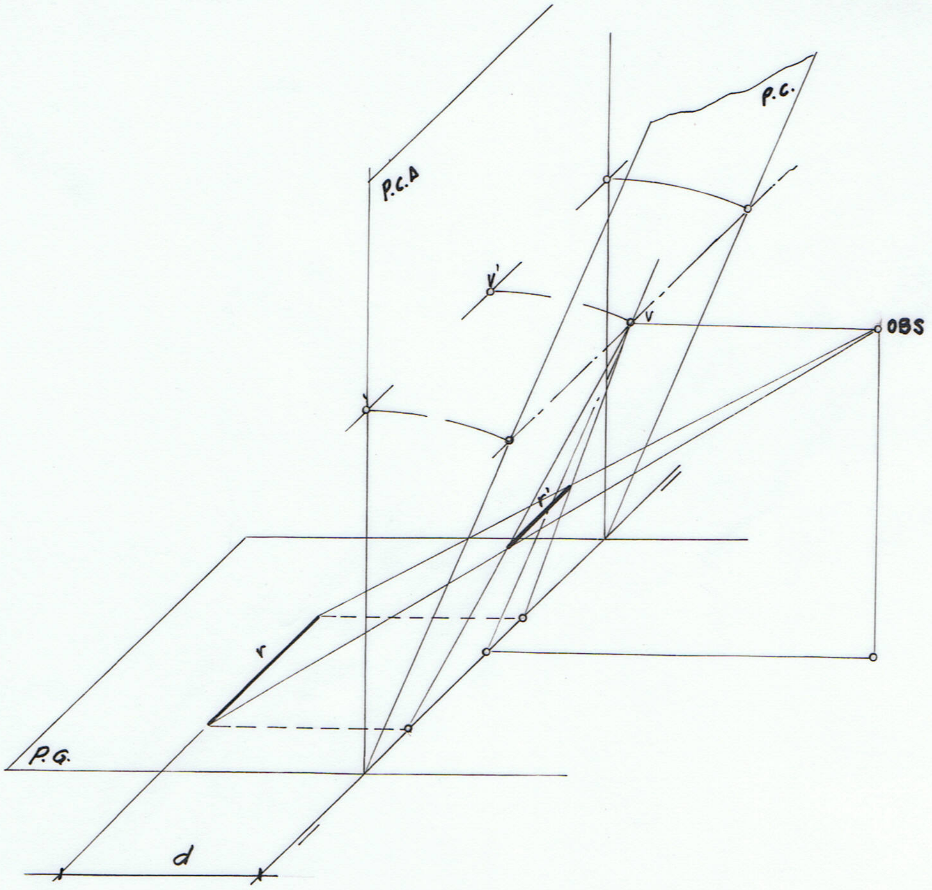
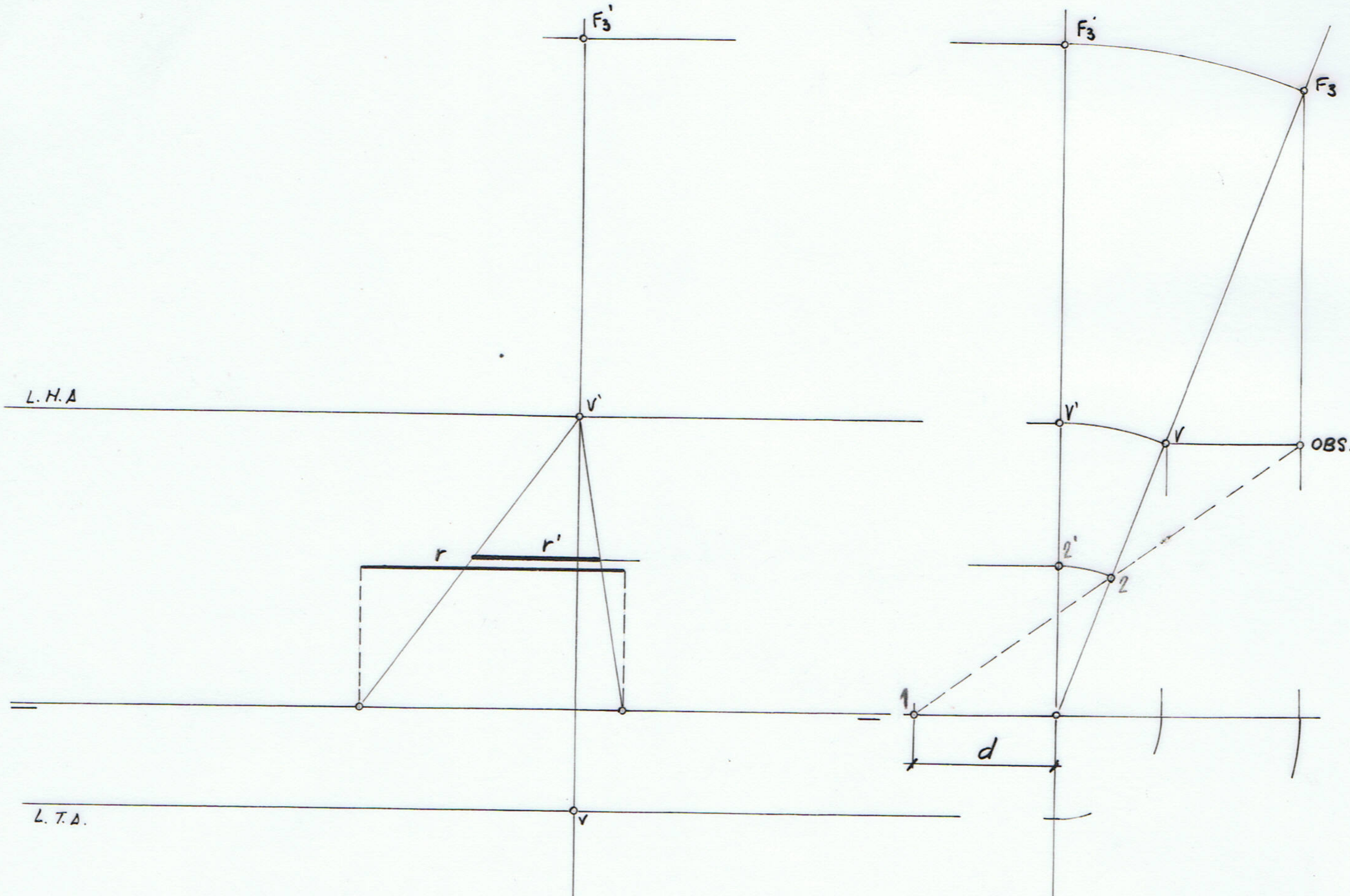
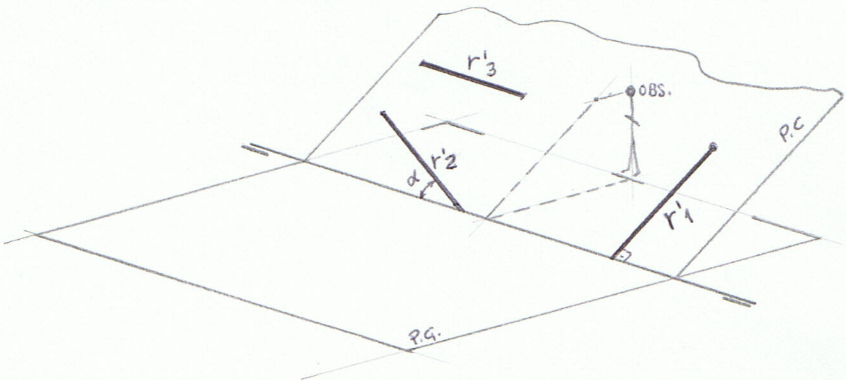


Fig. 22



d) <u>Recta contenida en el plano del cuadro.</u> (Fig. 23)

Cualquier recta que esté contenida en el plano del cuadro la veremos confundida con su perspectiva, sólo que necesitamos abatirla para su representación.



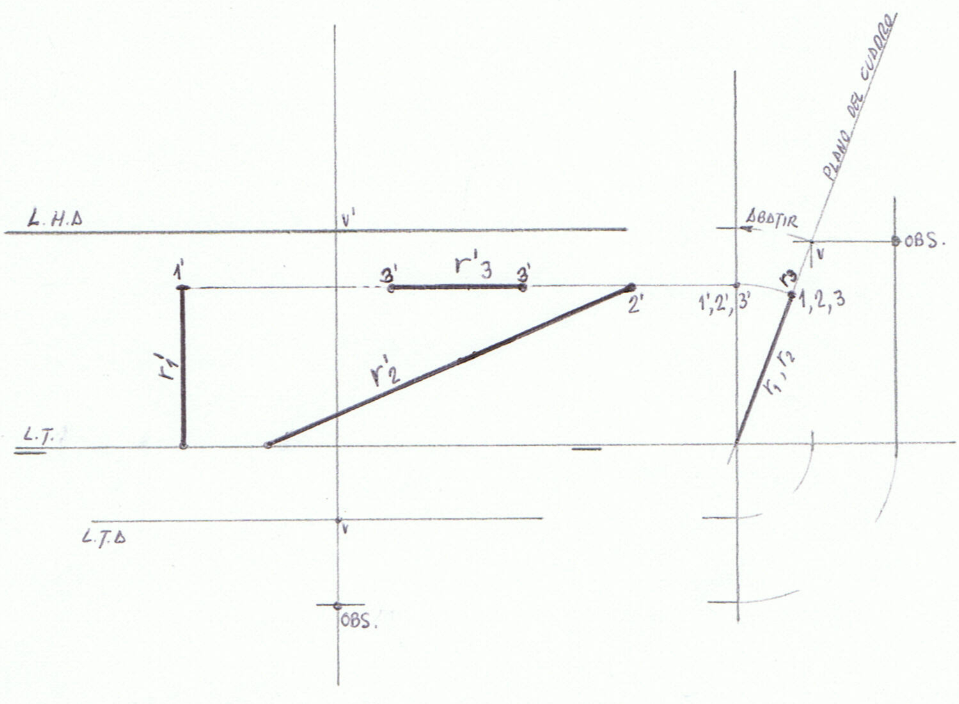
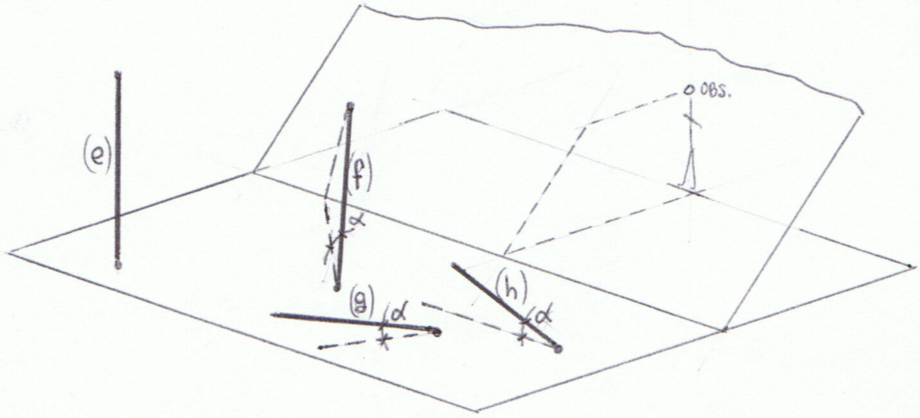


Fig. 23

Estudiaremos a continuación el segundo apartado: Rectas que forman ángulo respecto al plano geometral:



e) Recta perpendicular al plano geometral. (Fig, 24)

Sea la recta r que se encuentra a una distancia "d" de la línea de tierra, para hallar la perspectiva del punto 1 de corte de ésta recta con el plano geometral debemos trazar en planta la recta que une el punto 1 con el observador, haciendo un perfil respecto a ésta recta hallaremos el punto $(1)'$ que abatido cortará a la recta $2 - V'$ en el punto $1'$ perspectiva del punto 1, podemos hallarlo también uniendo el punto 1 con el observador y 2 con V, donde se corten, punto $(1)''$ abatido será el punto buscado $1'$ y como toda recta perpendicular al plano geometral fuga en F_3, podemos trazar la recta r' perspectiva de la recta r con sólo unir $1'$ con F_3'.

f) Recta en dirección al plano del cuadro y forma un ángulo α recpecto al geometral. (Fig. 25)

Sea la recta r que corta al plano geometral en el punto 1 y forma con dicho plano el ángulo α, para hallar la perspectiva del punto 1 trazamos una recta perpendicular a la línea tierra hasta cortarla en el punto 3, unimos éste punto con V y con V', trazamos a continuación la recta que une el punto 1 con el observador y cortará a la recta $3 - V$ en el punto (1) abatiendo éste punto nos da el punto $1'$ buscado.

Para conocer el punto donde ésta recta corta al plano del cuadro haremos un alzado tomando como base la recta r y dibujamos el perfil del P.c. o sea $P.c.'$ y la recta que forma ángulo α con r nos corta al $P.c.'$ en $(2)'$ que pasada a la r nos da el punto (2) el cual abatido dará el $2'$, uniendo el punto $1'$ con el $2'$ nos da la recta r' perspectiva de la r.

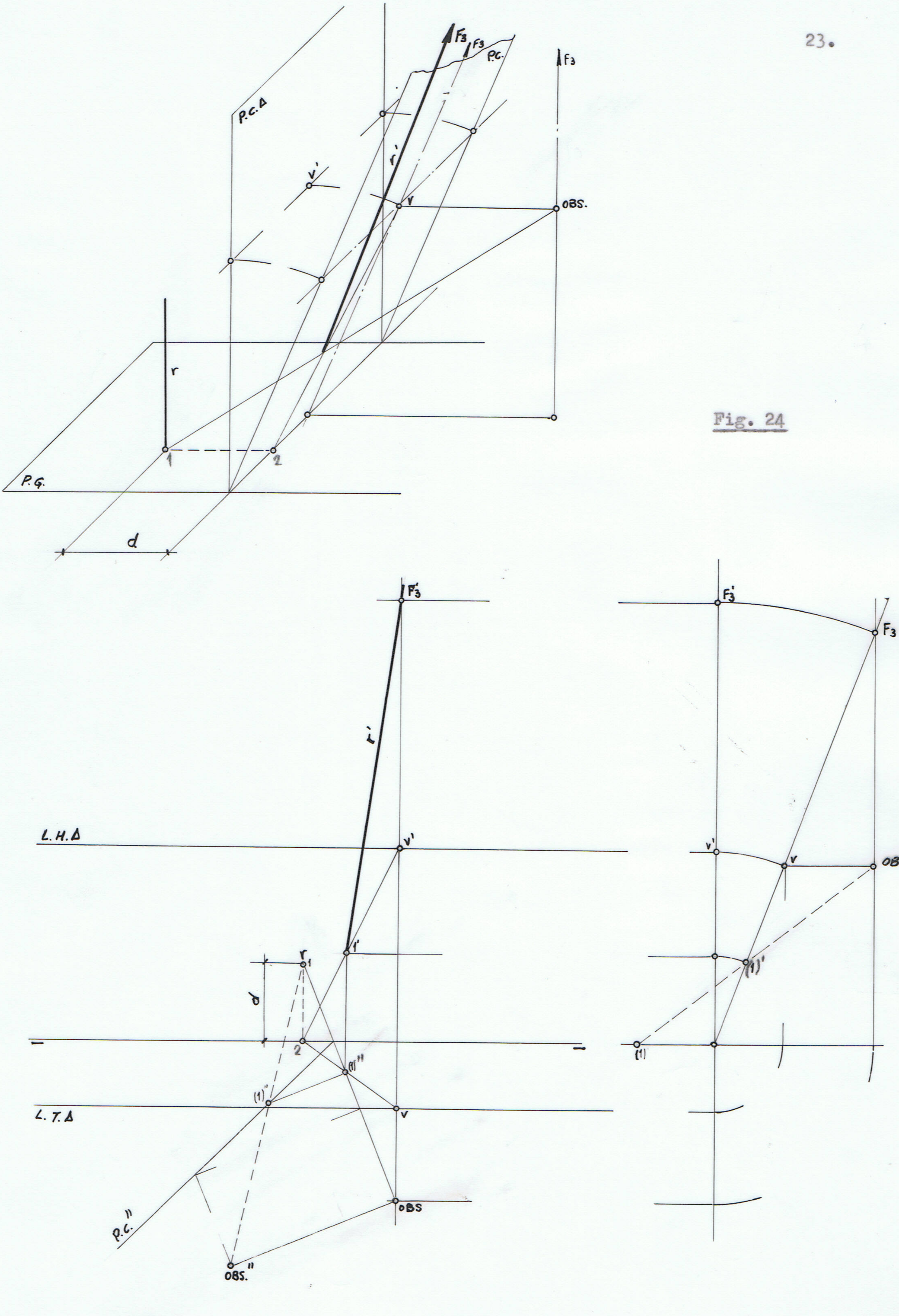

F3
F3
P.C.
F3
P.C.Δ
r'
v'
v
OBS.
r
1
2
P.G.
d
F'3
r'
L.H.Δ
v'
1'
r1
d
2
(1)'''
(1)''
L.T.Δ
v
OBS
P.C.''
OBS.''
F'3
F3
v'
v
OBS.
(1)'
(1)

Fig. 24

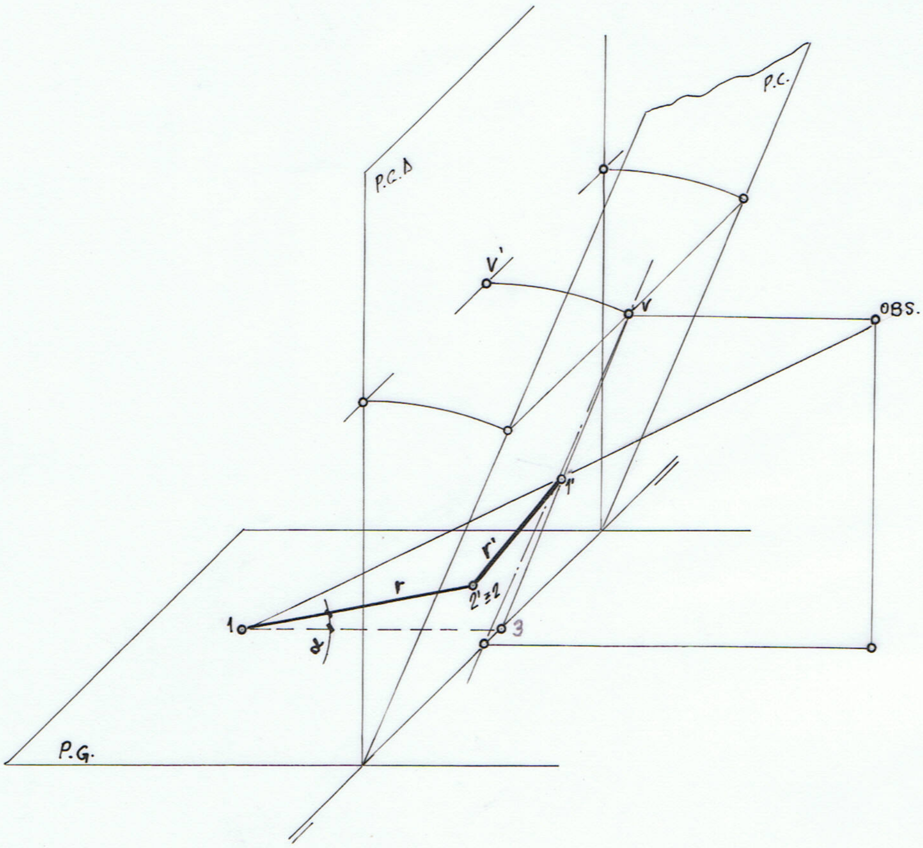
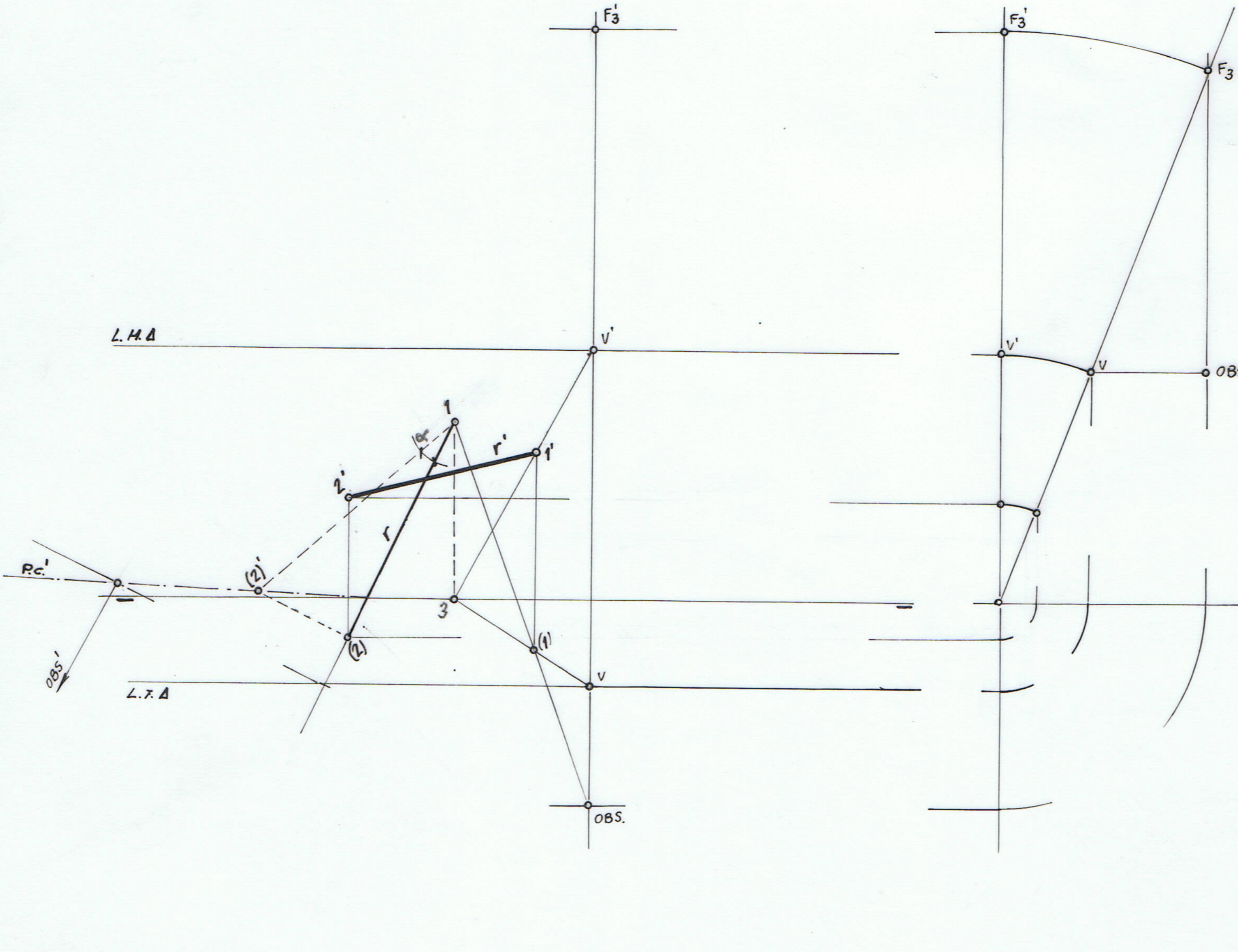

P.C.Δ
P.C.
V'
V
OBS.
1'
r'
r
2'≡2
1
3
α
P.G.

Fig. 25


F'3
F3
L.H.Δ
V'
V
OBS.
1
α
r'
1'
2'
r
(2)'
P.C.'
3
(2)
(1)
OBS'
L.T.Δ

g) Recta en dirección contraria al plano del cuadro y forma un ángulo α respecto al geometral. (Fig. 26)

Sea la recta r que corta al plano geometral en el punto 1 y forma con éste el ángulo α, para hallar la perspectiva del punto 1 continuemos la recta r hasta que corte a la L.T. en el punto 3, trazando una paralela a la recta r desde el punto de observación nos cortará a la segunda L.T. en el punto (3) el cual abatido tendremos el punto 3' fuga de la recta en planta, uniendo 3 con 3' donde corta al abatimiento del punto (1) nos da el punto 1'.
Haciendo charnela la recta obs. con punto 4 podemos trazar el perfil del P.c. y trazar desde obs. el ángulo α que nos da el punto (2) el cual abatido queda como 2' perspectiva de la intersección de la paralela a la recta r desde el punto de observación con el plano del cuadro. Uniendo el punto 1' con 2' tendremos la recta r' perspectiva de la recta r.

h) Recta paralela al plano del cuadro y forma un ángulo α con el geometral. (Fig. 27)

Sea la recta r que corta al P.G. en el punto 1 y forma con éste el ángulo α, para hallar la perspectiva del punto 1 hacemos como en los casos anteriores uniendo 1 con V y con punto obs. y tendremos (1) el cual abatido nos da 1'.
Para hallar la perspectiva de la recta r_2 trazamos como la (Fig. 24) y hallamos r'_2 perspectiva de la recta de apoyo .
En el perfil colocamos a la distancia "a" que tiene la recta a la L.T. y levantamos la altura "d" que tiene la recta desde el punto 2 hasta el plano geometral y desde ésta altura unimos con el punto obs. y nos cortará en (2) el cual abatido y llevado al dibujo nos cortará a la recta r'_2 en el punto 2' perspectiva del punto 2, uniendo 1' con 2' tendremos la recta r' perspectiva de la recta r.

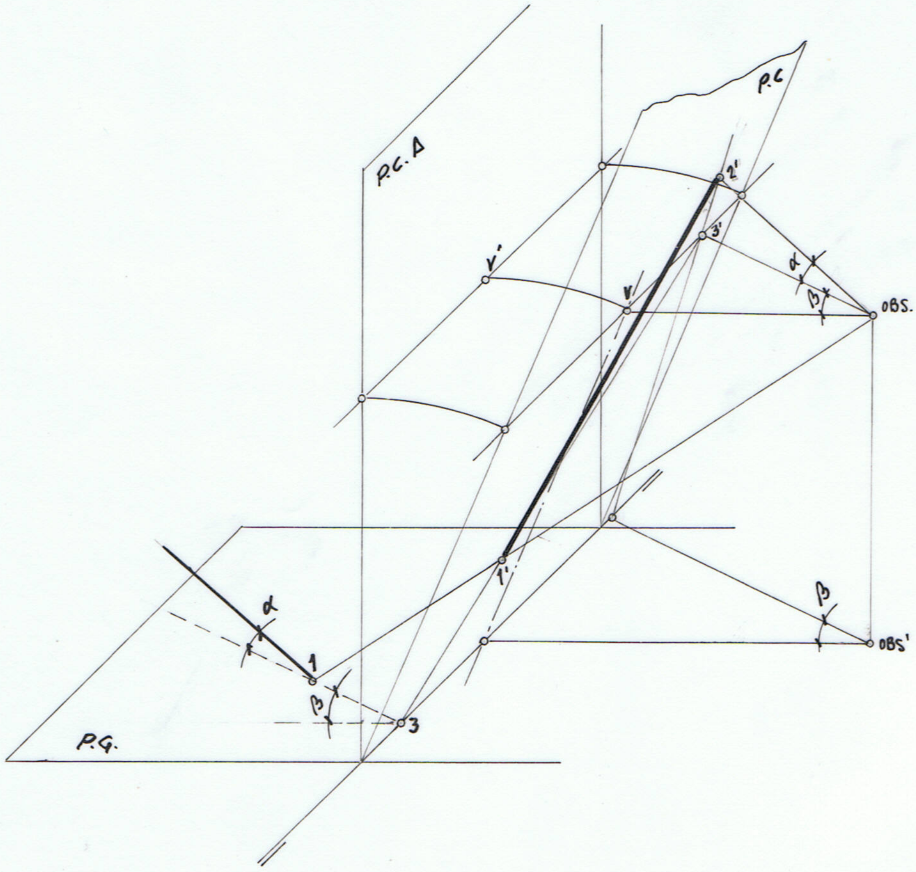
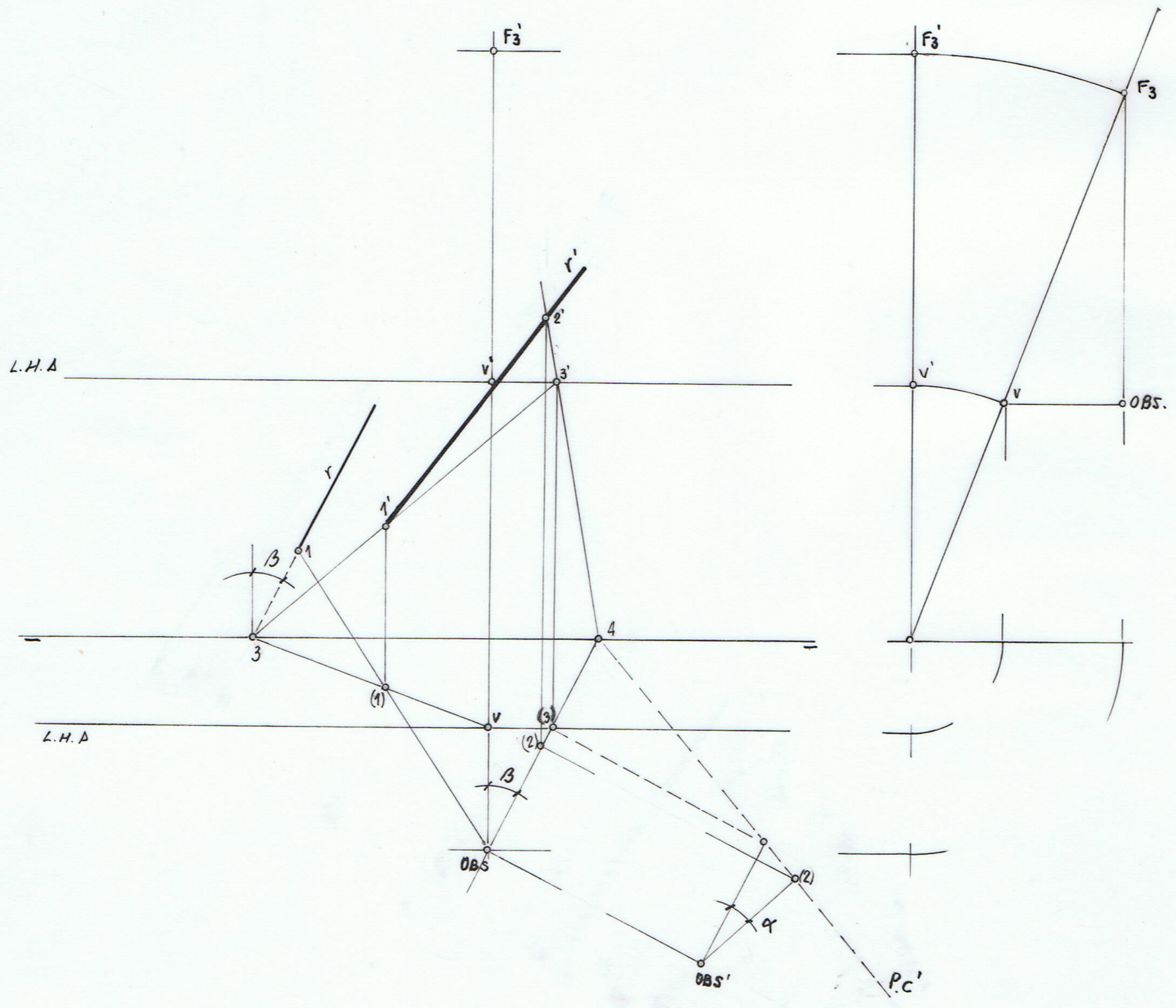

P.C.A
P.C
2'
3'
r'
r
OBS.
OBS'
1'
1
3
P.G.

Fig. 26


F3'
F3
r'
2'
3'
v'
v
OBS.
L.H.A
r
1'
1
3
4
(1)
(3)
(2)
OBS
OBS'
P.C'

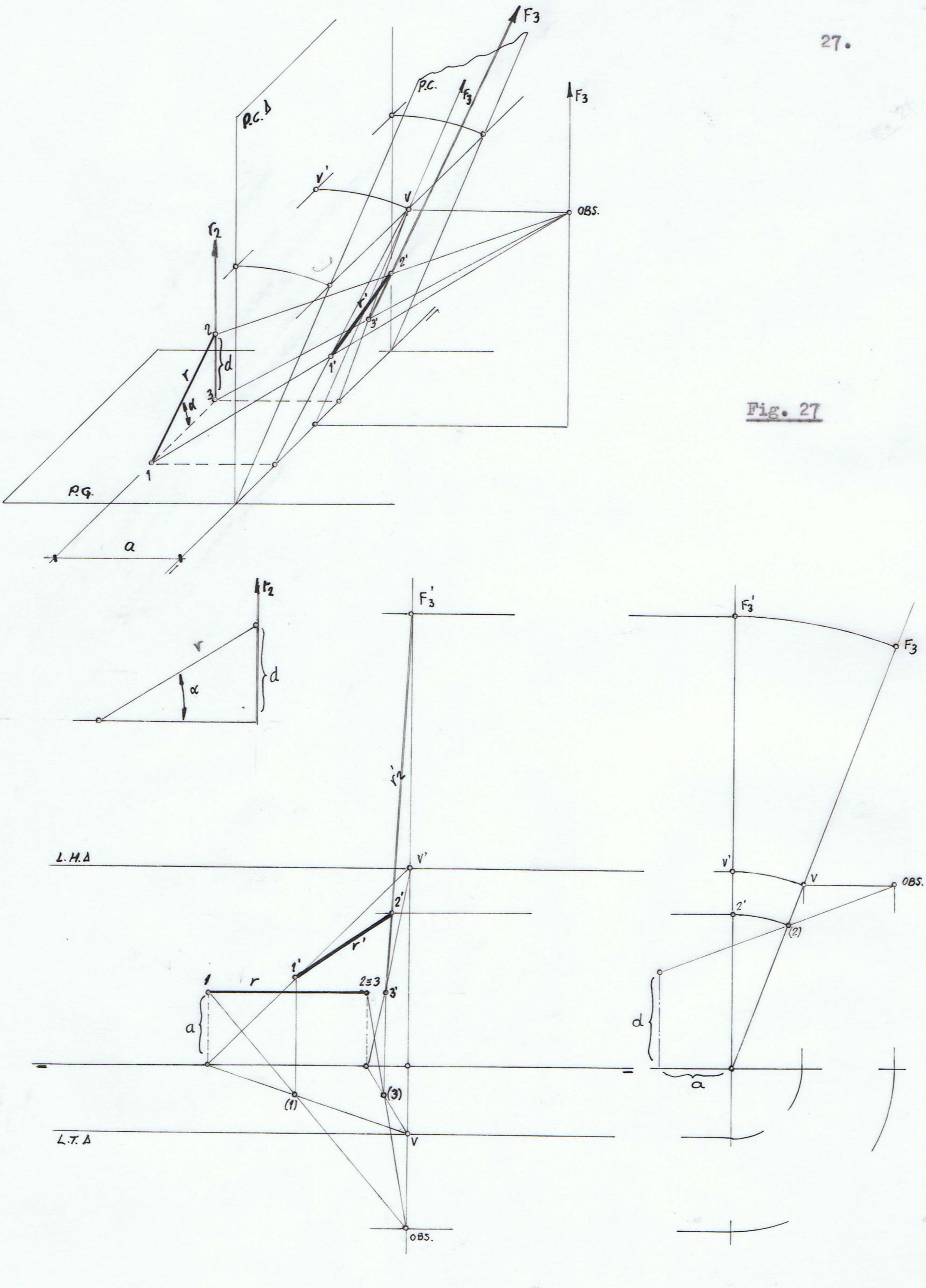
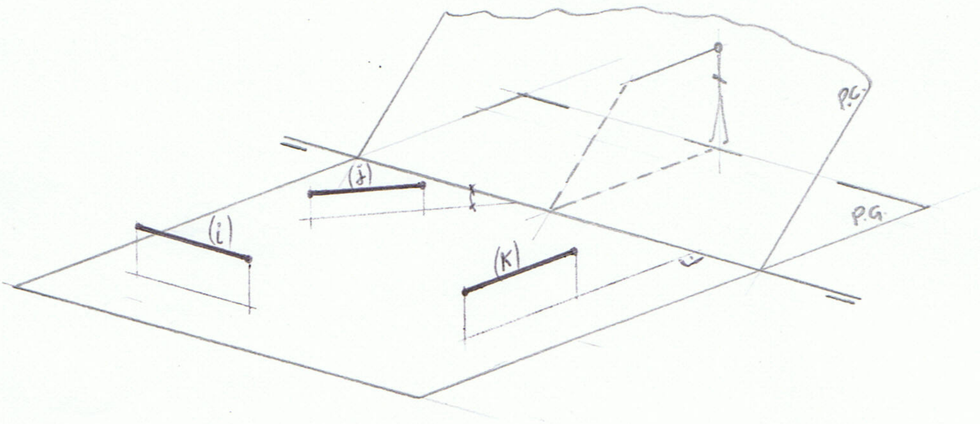


Fig. 27

Estudiaremos ahora el tercer apartado: Rectas paralelas al plano geometral.



i) <u>Recta paralela al plano geometral y a su vez paralela a la L.T.</u> (Fig. 28)

Sea la recta r de la cual tomamos los puntos 1 y 2 para definirla verticalmente entre las rectas r_1 y r_2, primero hallamos la perspectiva de las rectas r_1 y r_2 como se ha visto anteriormente en la Fig. 24 teniendo así las r_1' y r_2'.
En el perfil trazamos la recta r (que lógicamente es un punto) a la distancia d y altura a, uniendo éste punto con obs. nos corta al P.c. en punto (1-2) el cual abatido nos cortará a las rectas r_1' y r_2' en $1'$ y $2'$ uniendo éstos dos puntos tendremos la recta r' perspectiva de la r.

j) <u>Recta paralela al plano geometral y forma un ángulo α con la línea de tierra.</u>

(Fig. 29)

Sea la recta r de la cual tomamos los puntos 1 y 2 para definirla verticalmente entre las rectas r_1 y r_2 . Hallamos la perspectiva de éstas rectas como en la - Fig. 24 teniendo así r_1' y r_2' . En el perfil trazamos (r) a la altura a y trazamos desde 1 y 2 rectas hasta obs. donde cortan al plano del cuadro tendremos (1) y (2) que abatidos y llevados al dibujo cortarán a las rectas r_1' y r_2' en los pun - tos $1'$ y $2'$ que unidos nos da la recta r' perspectiva de la recta r.

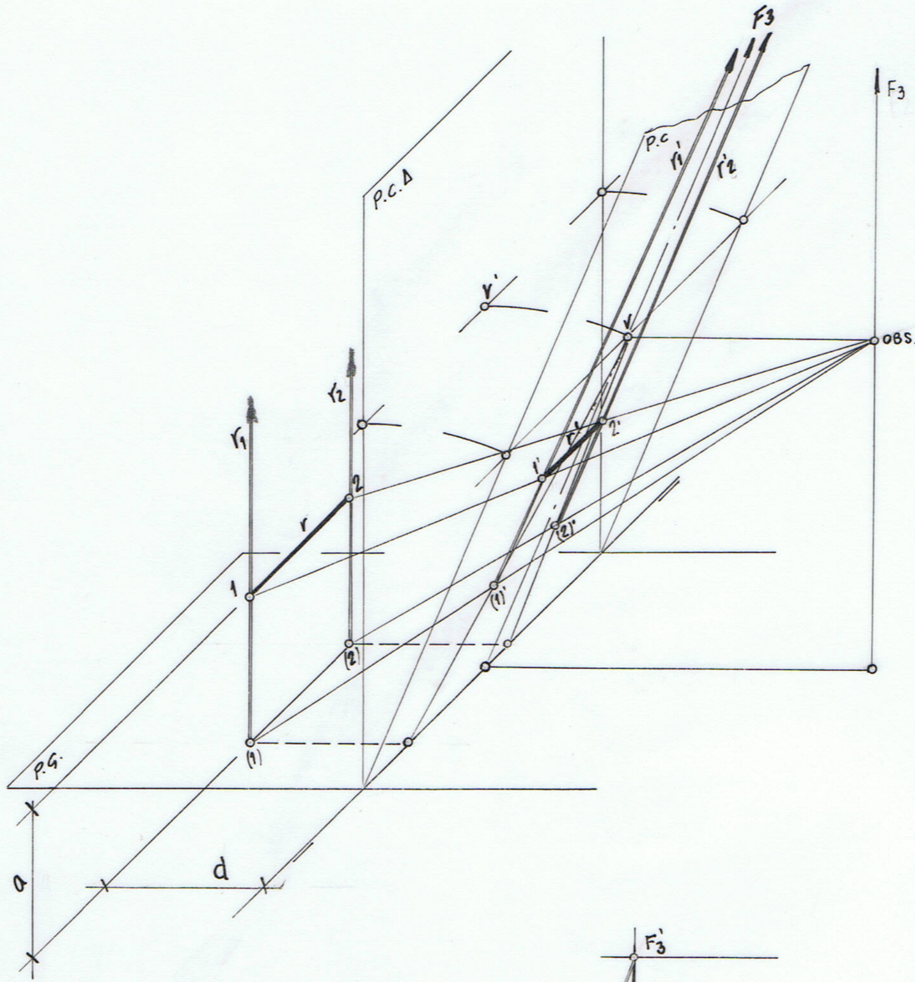
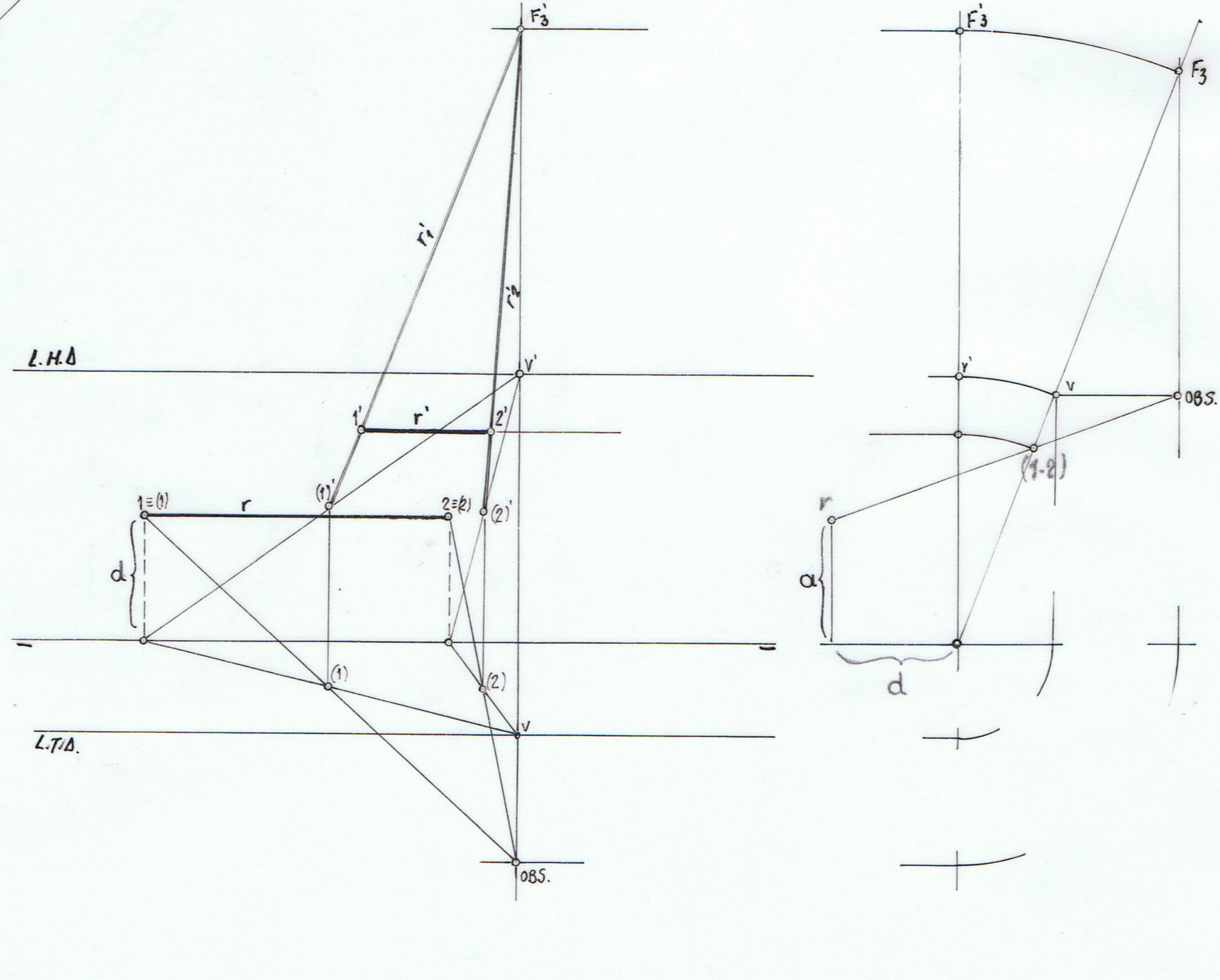
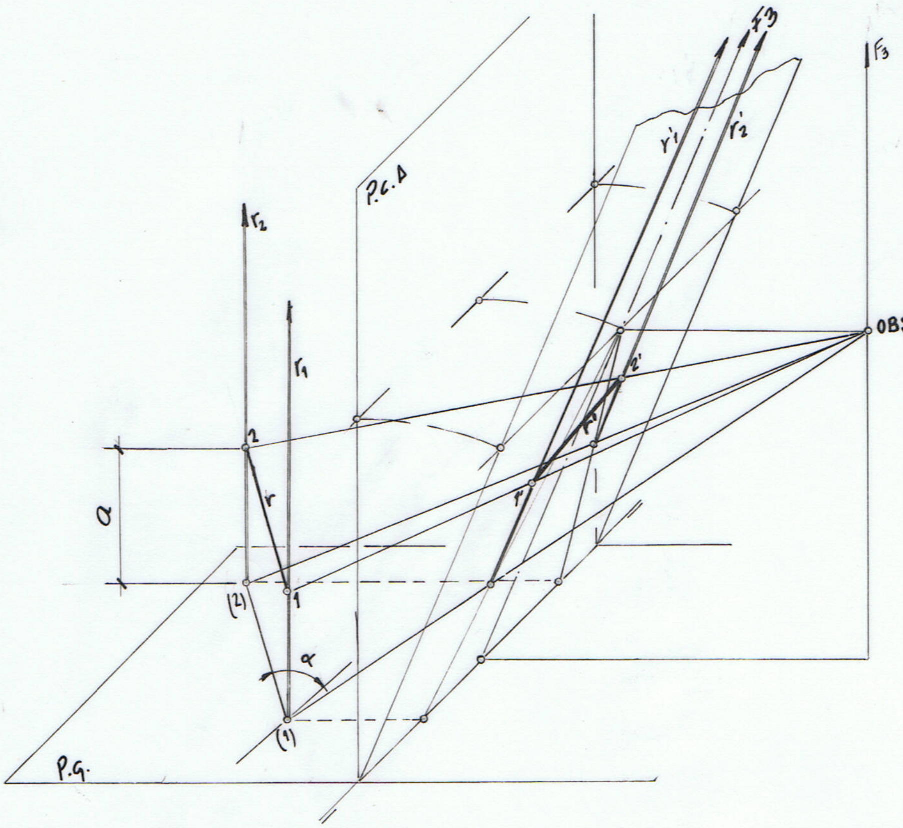


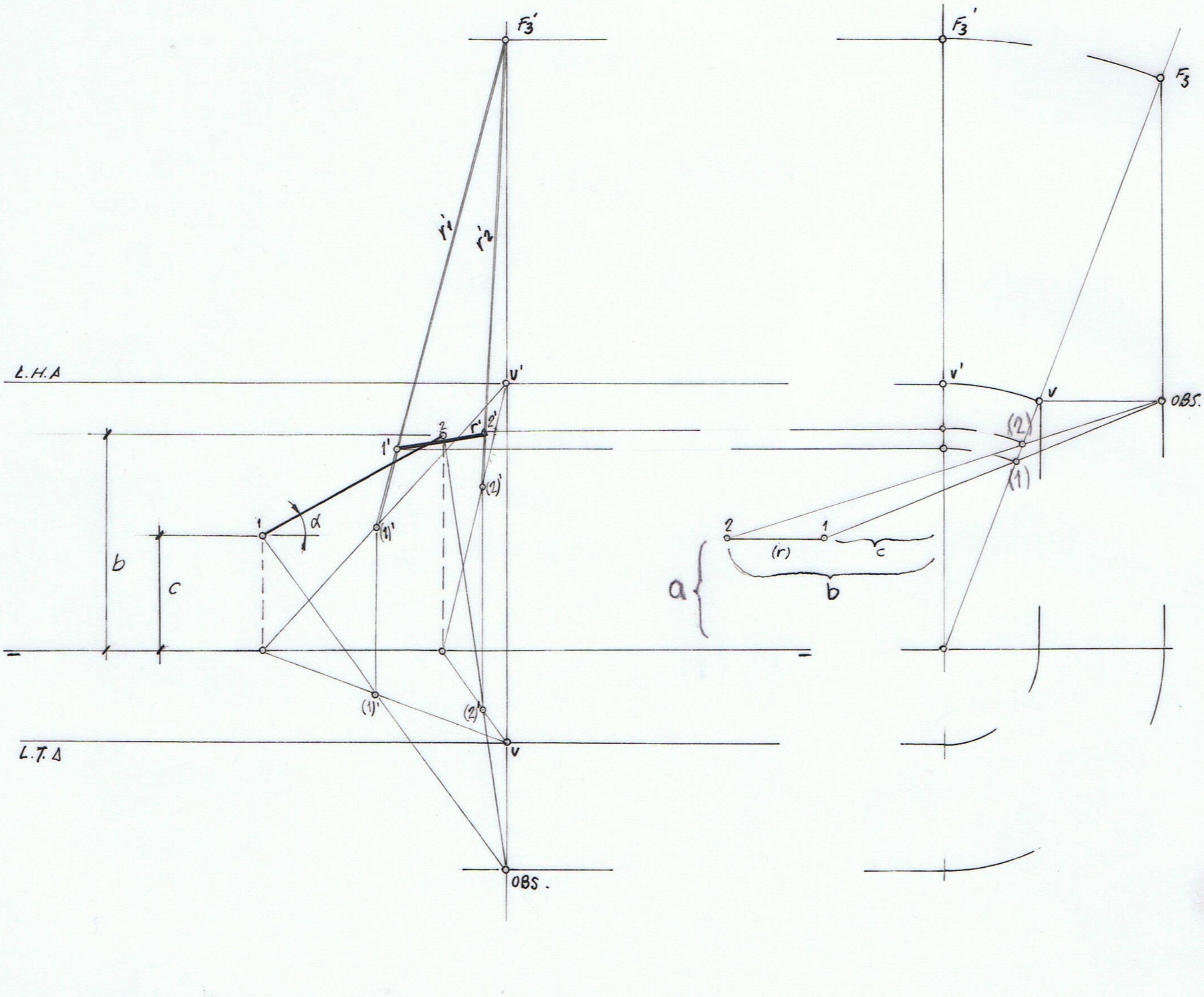
Fig. 28





P.C.Δ
F_3
r'_1
r'_2
r_2
r_1
OBS.
2'
1'
r'
2
(2)
1
(1)
a
α
P.G.

Fig. 29



F_3'
r'_1
r'_2
L.H.Δ
V'
1'
2
r'
2'
(2)'
1
α
(1)'
b
c
(1)'
(2)'
L.T.Δ
V
OBS.
F_3
V
OBS.
(2)
(1)
2
1
(r)
c
a
b

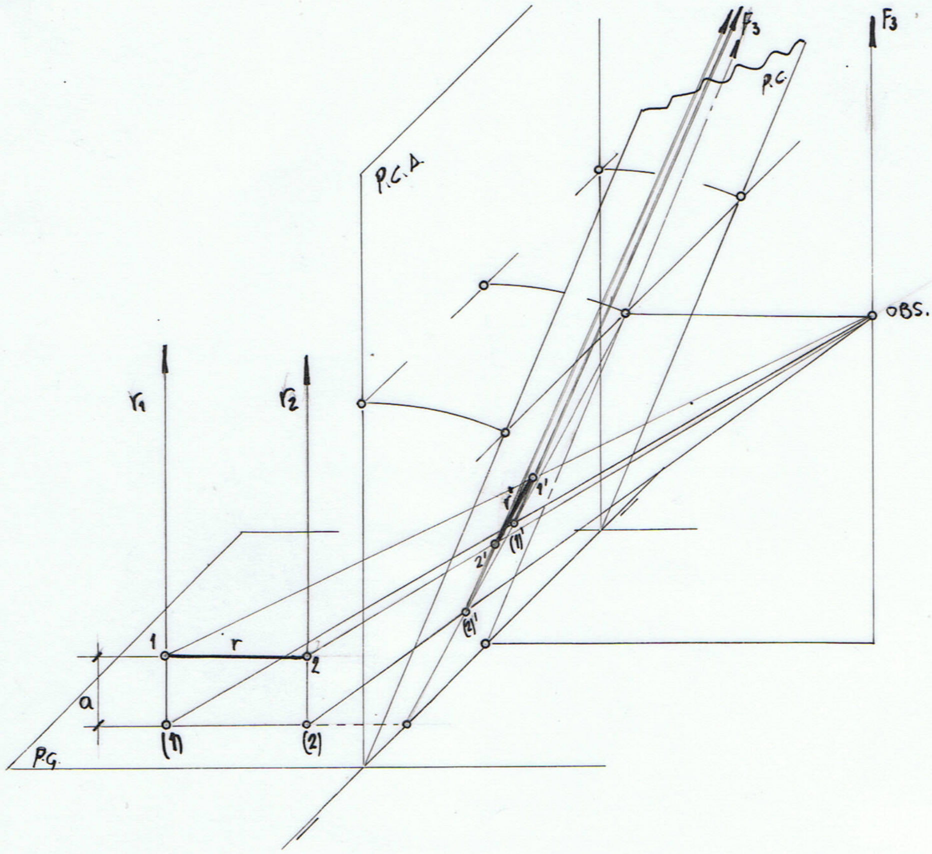
k) <u>Recta paralela al plano geometral y perpendicular a la L.T.</u> (Fig. 30)

Sea la recta r en la cual definimos como anteriormente r_1 y r_2 y hallamos sus perspectivas según Fig. 24 teniendo r'_1 y r'_2 .
En el perfil trazamos ésta recta y hallamos (1) y (2) que abatidos y llevados al dibujo nos cortan a las rectas r'_1 y r'_2 en los puntos $1'$ y $2'$ los cuales unidos nos darán la recta r' perspectiva de la recta r.

Para ver en realidad éstas nociones vamos a ver cómo se presenta un cubo apoyado en el plano geometral, cuyas aristas no son paralelas a L.T. (Fig.31)
En éste caso intervienen los apartados (b) , (e) y (j)
Veamos también cómo se presenta un cubo que tiene una arista apoyada en el P. G. y es paralela a la línea de tierra y otra arista apoyada en el P.c.
(Fig. 32)
En éste caso intervienen los apartados (c), (f), (g) e (i) y la arista que está contenida en el plano del cuadro que coincide con su perspectiva.(d)

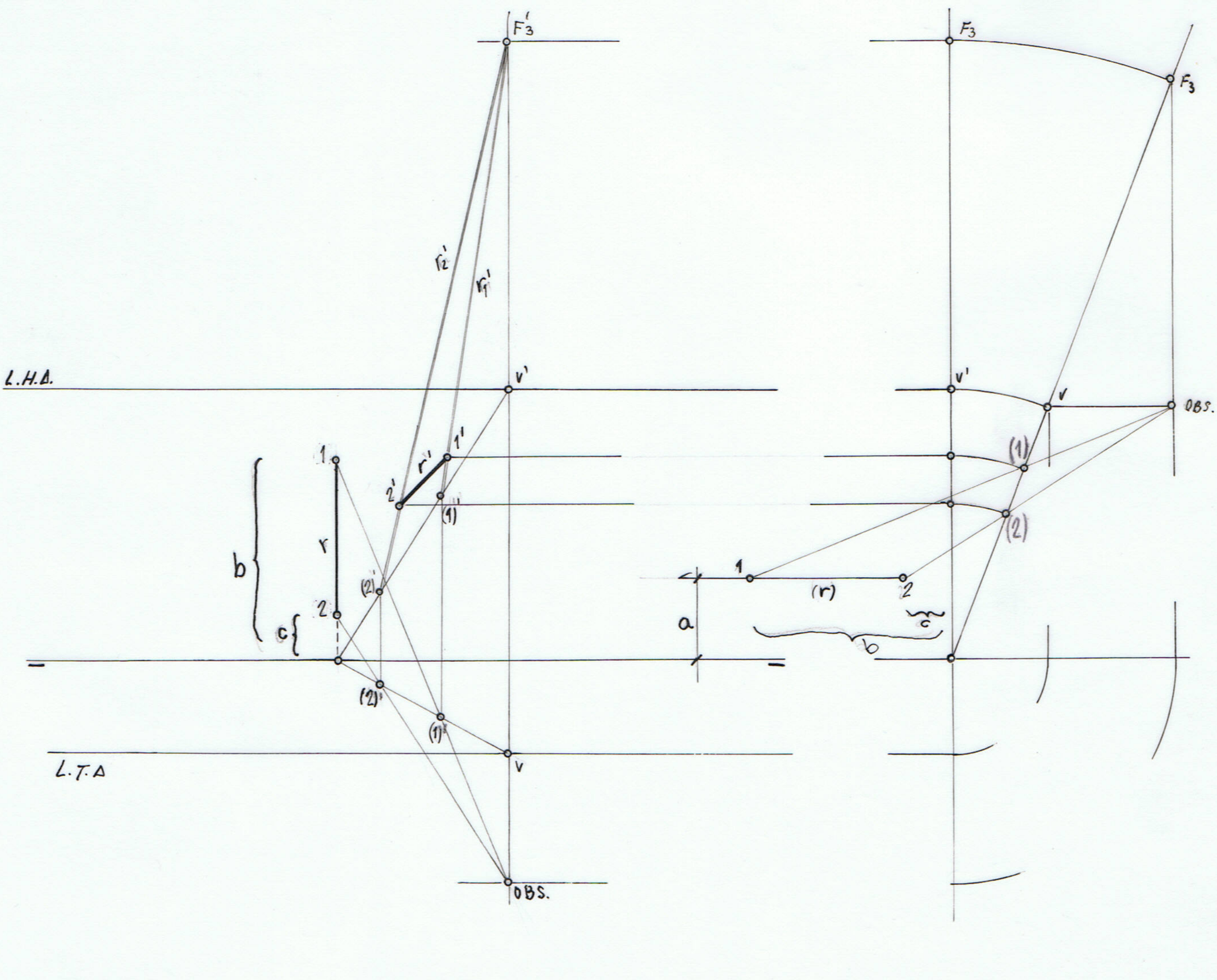
Un edificio de mucha altura, apoyado en el plano geometral y cuyas aristas no sean paralelas a L.T., se puede ver en la (fig. 33).

Se han dibujado las líneas que delimitan el ángulo de visión de 60º y que muestra cómo no se vería todo el edificio.



P.C.A.
F3
P.C.
F3
OBS.
r1
r2
1
r
2
a
(1)
(2)
P.G.
1'
2'
(1)'
(2)'

Fig. 30



F'3
r'2
r'1
L.H.A.
v'
1'
r'
2'
(1)'
1
r
b
2
c
(2)'
(1)'
L.T.A
v
OBS.
F3
F3
v'
v
OBS.
(1)
(2)
1
(r)
2
c
a
b

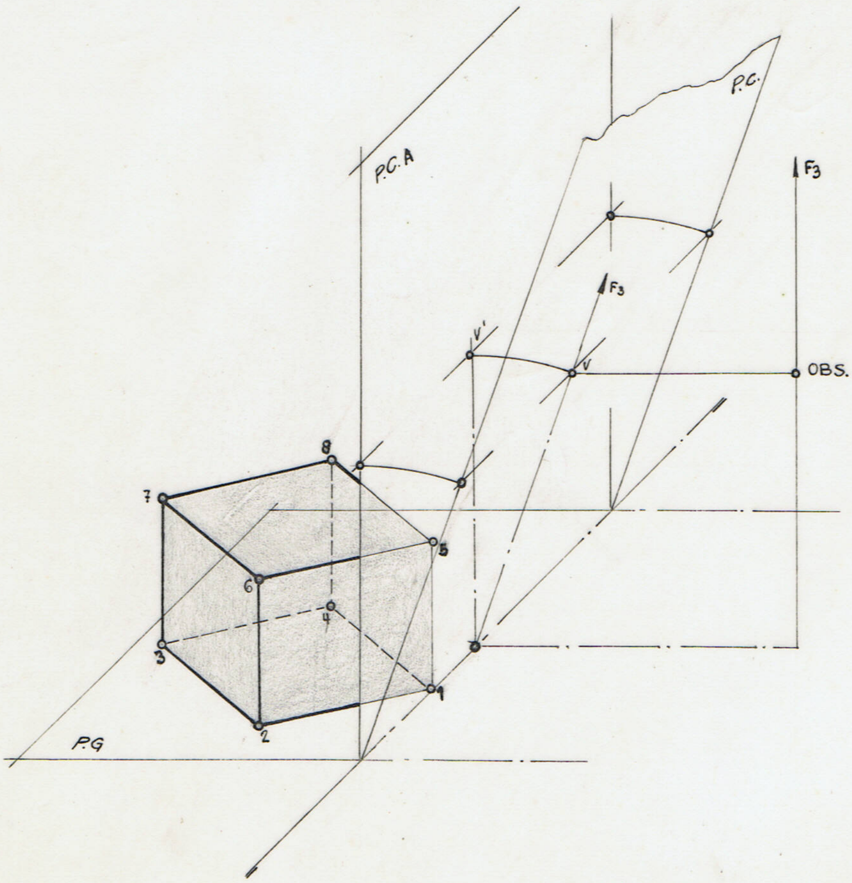
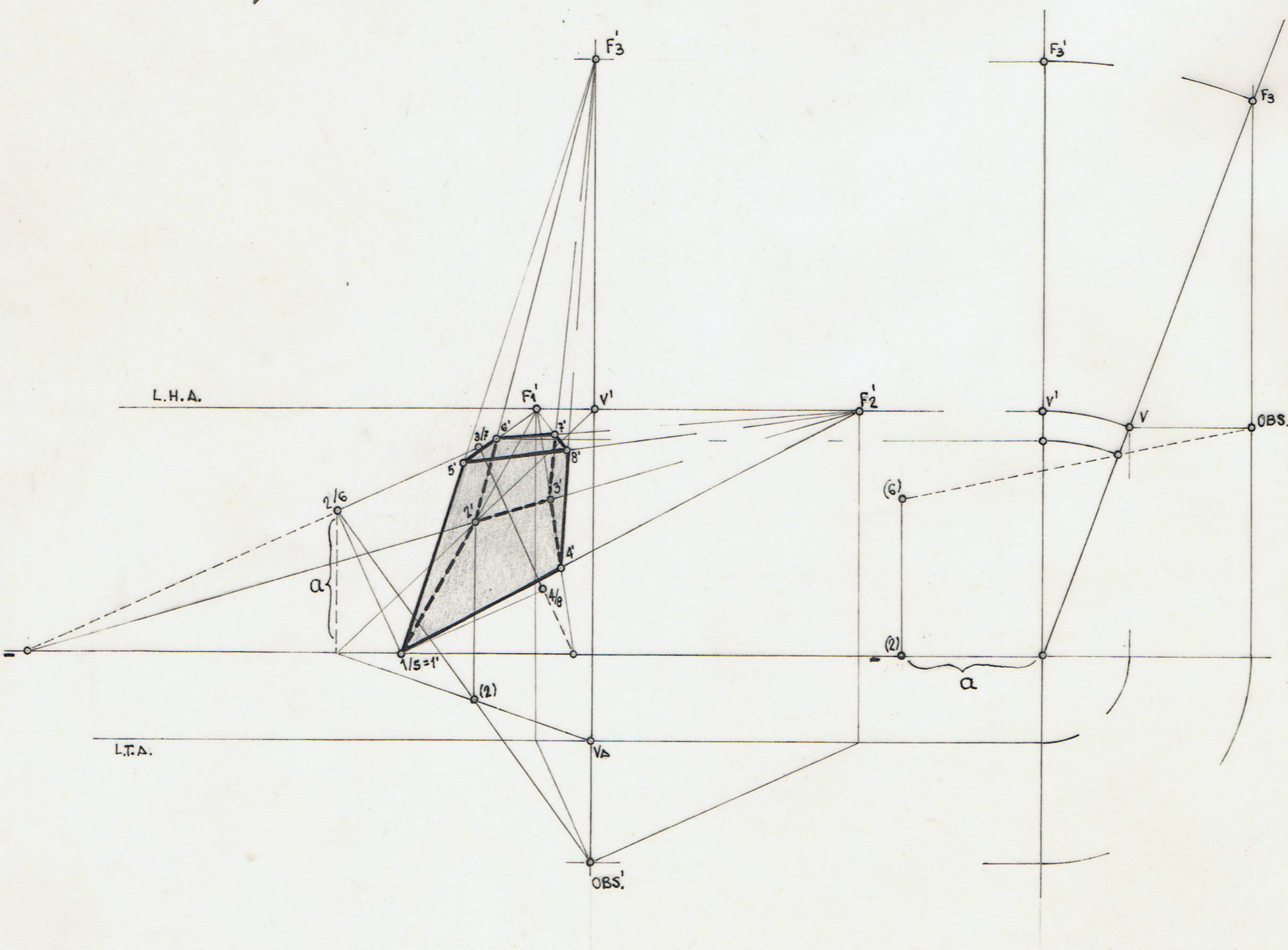
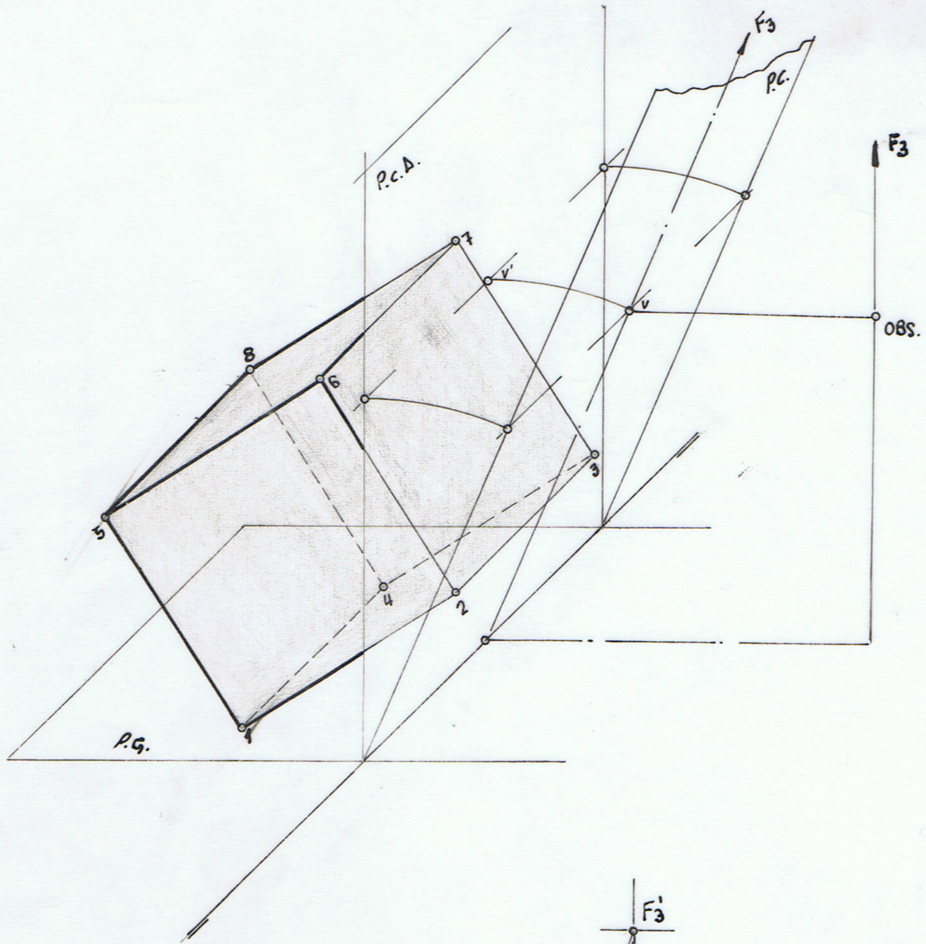

P.C.A
P.C.
F3
V'
V
OBS.
8
7
6
5
4
3
2
1
P.G

Fig. 31


F3'
L.H.A.
F1'
V'
F2'
3/7
6'
7'
5'
8'
3'
2/6
2'
4'
4/8
a
1/5=1'
(2)
L.T.A.
VA
OBS'.
F3'
F3
V'
V
OBS.
(6)
(2)
a


F3
P.C.
P.c.D.
F3
OBS.
7
v'
v
8
6
3
5
4
2
1
P.G.

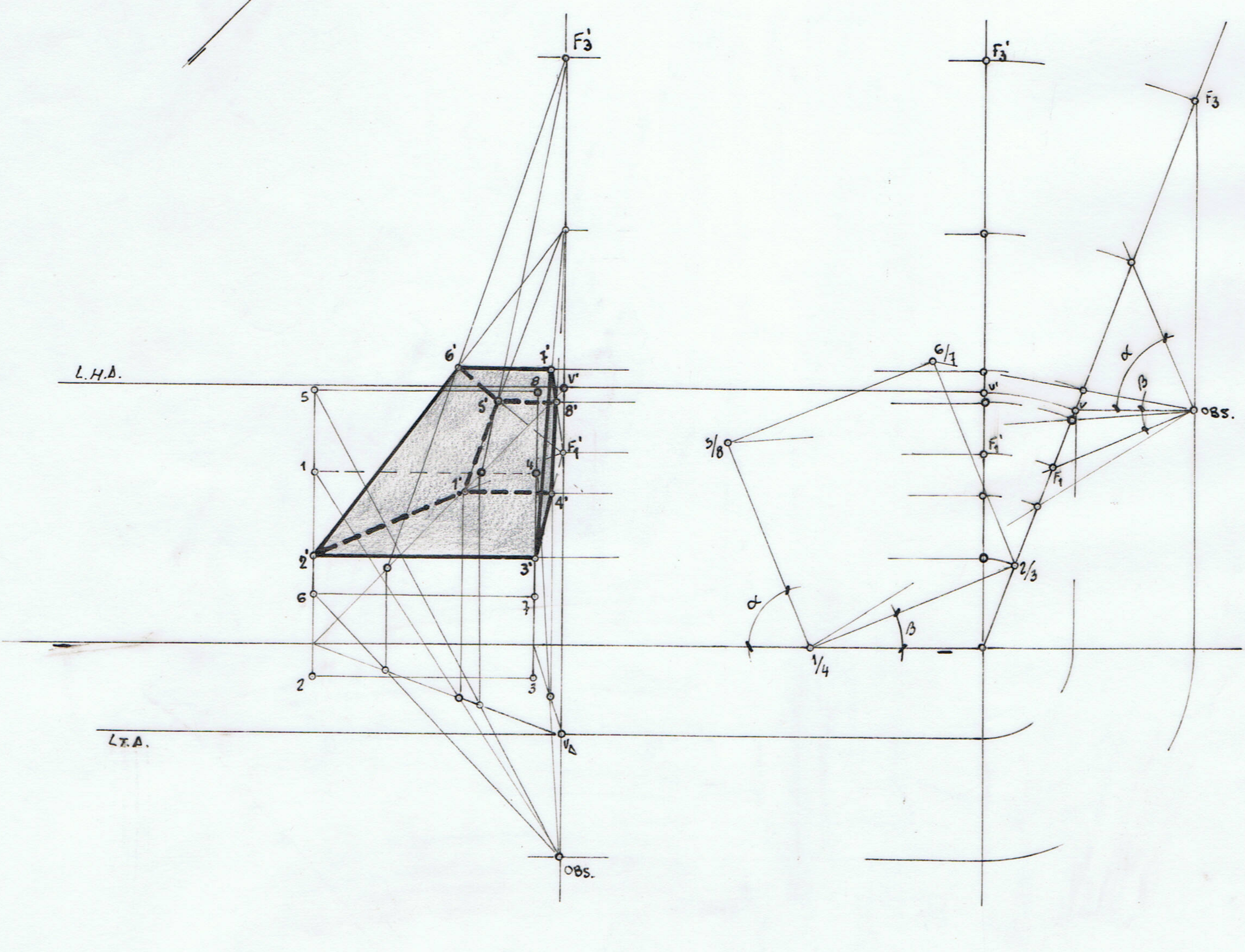
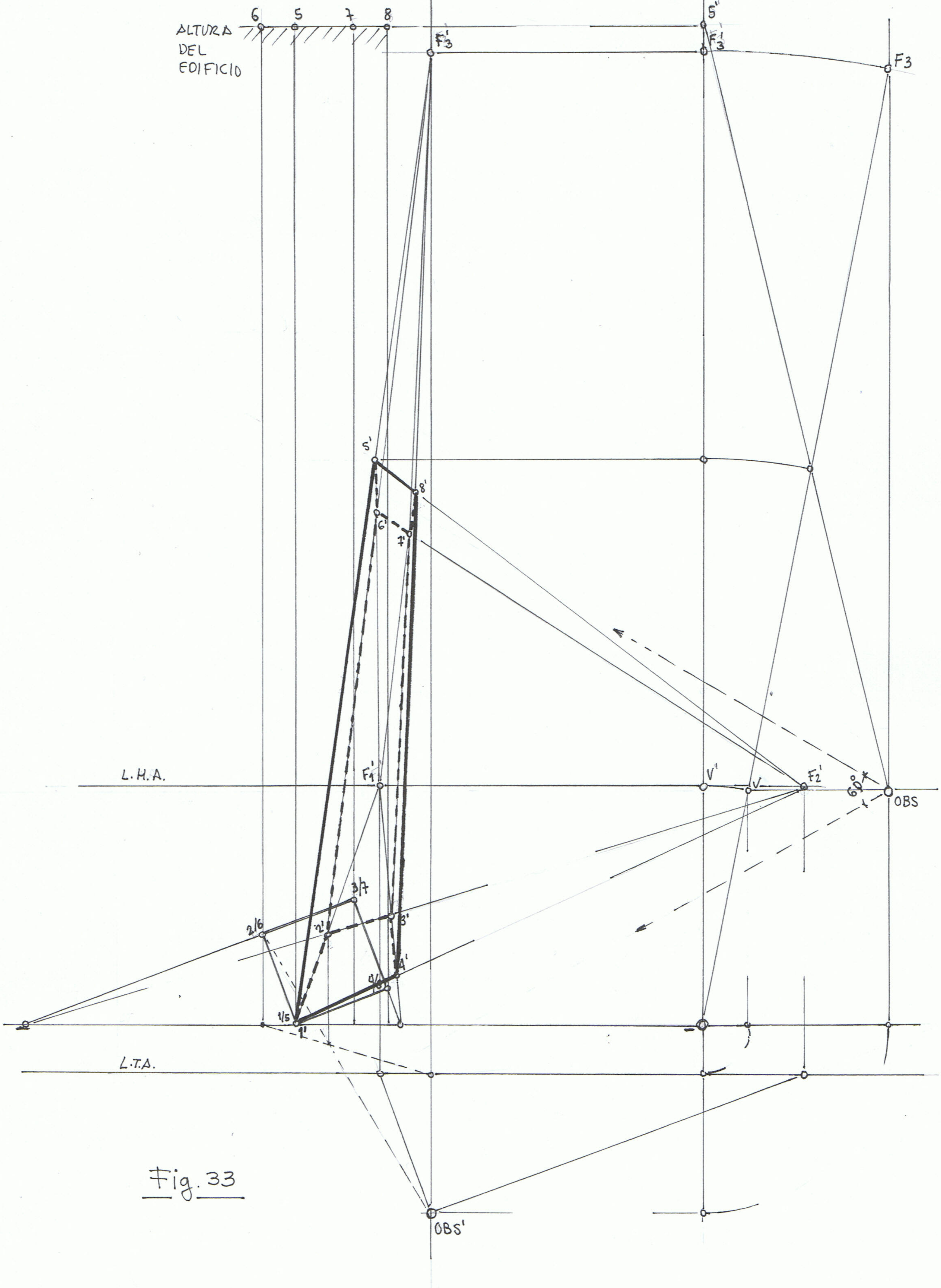

F'3
L.H.D.
6'
7'
v'
8
5'
8'
5
F'1
3/8
1
4
1'
4'
2'
3'
6
7
2
3
LT.D.
vD
OBS.
F'3
F3
6/1
v'
v
OBS.
F'1
F1
2/3
α
β
1/4

Fig. 32



6
5
7
8
ALTURA
DEL
EDIFICIO
5''
F'3
F'3
F3
5'
8'
6'
7'
L.H.A.
F'1
V'
V
F'2
60°
OBS
3/7
2/6
2'
3'
4'
4/
1/5
1'
L.T.A.
OBS'

Fig. 33